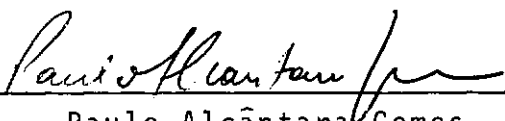


ESTÁTICO E DINÂMICO DE SISTEMAS DE TUBULAÇÕES


Ézio da Rocha Araújo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:

  
Paulo Alcântara Gomes  
Presidente

  
Edison Castro Prates de Lima

  
Humberto Lima Soriano

  
Sergio Fernandes Villaga

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 1978

Aos meus pais

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Paulo Alcântara Gomes pela sugestão e orientação deste trabalho.

Aos Professores da COPPE por todos os ensinamentos recebidos.

Aos meus amigos, que tanto contribuíram de inúmeras formas.

Ao CNPq e à CNEN pelo apoio financeiro prestado.

## SINOPSE

É apresentado um programa para a análise estática e dinâmica linear de redes de tubulações.

Alguns elementos especiais para tubulações são desenvolvidos para simular trechos retos, curvos e rígidos, tais como válvulas e flanges. Outros componentes como curvas em gomos, juntas de expansão e apoios elásticos são também incluídos na análise.

A análise estática é permitida para cargas de gravidade, variações de temperatura, pressão interna, deslocamentos de suportes e outros carregamentos mecânicos.

A análise dinâmica é determinística e ênfase é dada à análise de tubulações de usinas nucleares, principalmente à análise sísmica. A resposta pode ser transiente ou espectral, e nos dois casos as equações são integradas em coordenadas modais por métodos do tipo passo a passo. Formulação discreta ou consistente para as matrizes de massa dos elementos retos e curvos circulares são utilizadas.

A completa listagem do programa em linguagem FORTRAN para o computador Burroughs B/6700 é fornecida no Apêndice.

## SUMMARY

It is presented a computer program for static and dynamic analysis of linear piping systems.

Some special elements are developed to represent straight and curved pipe, and rigid components as well. It is possible to include in the analysis: mitre bends, valves, flanges, expansion joints and elastic restraints, among others components.

Several types of loading may be considered simultaneously in the static analysis: gravity loads, thermal expansion and anchor movements, internal pressure, and others sustained mechanical loads.

The dynamic analysis is deterministic, with particular emphasis on nuclear power piping, principally seismic response-spectra and time history. The governing movement equations are transformed on normal coordinates and the solution is performed by step-by-step integration techniques. Discret or consistent mass matrices for straight and circularly curved pipe are utilized in the analysis.

A complete listing in FORTRAN language for a Burroughs B/6700 computer is included in the Appendix.

## ÍNDICE

	Páginas
INTRODUÇÃO .....	1
I - FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	4
1.1 - Princípios energéticos e equações de equilí- brio .....	4
II - ANÁLISE ESTATICA .....	9
2.1 - Montagem do sistema de equações .....	10
2.2 - Aspectos computacionais .....	16
2.2.1 - Montagem da matriz de rigidez .....	16
2.2.2 - Resolução do sistema de equações ...	20
III - ANÁLISE SÍSMICA .....	27
3.1 - Vibrações livres não amortecidas .....	27
3.1.1 - Solução do problema de autovalores e autovetores .....	31
3.2 - Resposta transiente .....	39
3.3 - Resposta espectral .....	42
3.4 - Integração das equações diferenciais desaco- pladas .....	43
IV - COMPONENTES LOCAIS .....	52
4.1 - Sistemas de referência e transformações de coordenadas .....	52
4.2 - Matrizes de rigidez dos elementos .....	54
4.2.1 - Matriz de rigidez do elemento de ei- xo reto .....	54
4.2.2 - Matriz de rigidez do elemento reto com trecho rígido .....	57

	Páginas
4.2.3 - Matriz de rigidez do elemento curvo	61
4.2.4 - Matriz de rigidez do elemento curvo circular .....	64
4.2.5 - Elemento curvo com gomos .....	67
4.3 - Matrizes de massa dos elementos .....	68
4.3.1 - Matriz de massa para o elemento reto	68
4.3.2 - Matriz de massa para o elemento cur- vo circular .....	73
4.4 - Esforços de engastamento perfeito .....	84
4.4.1 - Cargas tipo gravidade. Cálculo auto- mático do peso próprio .....	84
4.4.2 - Variações de temperatura .....	98
4.4.3 - Pressão interna .....	101
4.5 - Tensões .....	105
4.6 - Fatores de flexibilidade e de tensões .....	110
4.7 - Apoios inclinados .....	115
4.8 - Apoios elásticos .....	119
4.9 - Deslocamentos prescritos .....	120
4.10- Juntas de expansão .....	120
V - PROGRAMA COMPUTACIONAL .....	121
5.1 - Descrição do programa .....	121
5.2 - Manual de entrada de dados .....	129
VI - APLICAÇÕES .....	141
6.1 - Exemplo 1 .....	141
6.2 - Exemplo 2 .....	143
6.3 - Exemplo 3 .....	148

	Páginas
6.4 - Exemplo 4 .....	151
6.5 - Exemplo 5 .....	155
CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....	160
APÊNDICE - LISTAGEM DO PROGRAMA .....	164
NOMENCLATURA .....	224
BIBLIOGRAFIA .....	228



## INTRODUÇÃO

É fato conhecido a grande importância de tubos na indústria, o seu uso generalizado, e que o custo do material empregado em uma rede de tubulações pode exceder, em muitos casos, 50% do valor dos equipamentos empregados, e em mais de 15% do custo total da instalação industrial.

Envidar esforços no sentido de se conseguir minimizar o custo total de uma rede de tubulações parece-nos, portanto, necessário.

No que compete ao engenheiro estrutural esses esforços refletem-se na concepção estrutural e na adequação do seu modelo matemático à realidade física que representa a estrutura. Concepção e modelos estes limitados por um lado pelas garantias de funcionamento e segurança, e por outro pelo grau de sofisticação, já que, sendo excessiva, compromete o próprio custo de projeto. Precisa portanto o engenheiro estrutural de meios rápidos e suficientemente precisos para por termo a análise de sua estrutura. E isto será conseguido tão eficientemente quanto for o grau de automatização dos processos de análise.

Dentro daquelas idéias procuramos desenvolver um programa computacional que permita uma análise estrutural linear, estática e dinâmica, rápida e eficiente de sistemas de tubulações, com a utilização de conceitos e métodos modernos.

A análise matricial de estruturas é empregada com base no modelo dos deslocamentos. Para isso desenvolvemos alguns elementos especiais para tubulações que simulam satisfatoriamente os trechos retos e curvos, e os componentes rígidos, tais como flanges e válvulas. Outros acessórios como curvas em gomos,

juntas de expansão e suportes elásticos podem ser levados em consideração. Alguns efeitos secundários como ovalização de tubos curvos e deslocamentos axiais devidos à pressão estão incluídos.

A análise estática é permitida para cargas de gravidade, mudanças de temperatura, pressão e deslocamentos de suportes, além de outras cargas mecânicas pontualmente aplicadas. Quaisquer outros carregamentos podem entretanto ser simulados desde que se disponha dos esforços de engastamento perfeito.

A análise dinâmica é determinística, e especial ênfase foi dada à análise sísmica tendo em vista as recomendações de normas e códigos internacionais para o projeto de tubulações de centrais nucleares que exigem este tipo de análise em tubulações classes I e II. Ela pode ser efetuada mediante os conceitos de resposta transiente ou espectral, e em ambos os casos trabalhamos em coordenadas modais. Outros tipos de carregamentos dinâmicos podem no entanto ser analisados, tais como aqueles causados por acidentes por perda de refrigeração, desde que a estrutura permaneça em regime elástico-linear. O uso de massa discreta ou consistente pode ser utilizado. Para isto é apresentada uma matriz de massa também para elementos curvos circulares baseada no campo de deslocamentos estáticos "exato".

Durante o desenvolvimento do nosso trabalho procuramos utilizar algoritmos que nos pareceram os mais eficientes para os tipos de análise que o programa propõe fazer.

Na resolução dos sistemas de equações as matrizes de coeficientes são mantidas em memória central, e, para que isto não resultasse em perda da capacidade do programa para a anãlise de tubulações correntes, utilizamos os conceitos de "skyline" para armazenar as matrizes de rigidez e massa consistente.

A resolução do problema de autovalores na análise de vibrações livres é feita pelo método de iteração de sub-espacos conjugado com o de Jacobi generalizado, que dentre outras vantagens nos permite uma redução do grau de liberdade dinâmico do problema.

Na obtenção da resposta dinâmica utilizamos métodos tipo integração passo a passo, já que em geral não se conhece a função que define o carregamento transiente.

Os resultados fornecidos pelo programa são deslocamentos, esforços a nível de elemento, reações, e tensões equivalentes. No caso da análise espectral, adicionalmente, o programa tem como saída o valor médio quadrático da máxima resposta modal.

O programa foi organizado de maneira a poderem ser feitas alterações e acréscimos com relativa facilidade, sem que com isto tenhamos uma perda substancial da eficiência computacional.

São por fim apresentados alguns exemplos de aplicação das possibilidades do programa e da eficiência dos conceitos, métodos e modelos utilizados.

## I - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo pretendemos dar uma apresentação geral das equações de equilíbrio que regem o comportamento dos sistemas mecânicos estruturais. Essas equações particulares como aqui utilizadas serão consideradas provenientes de um princípio mais geral, o Princípio de Hamilton. O Princípio da Energia Potencial Mínima, de onde provêm as equações de equilíbrio estático, será assumido decorrente daquele outro.

Detalhes sobre a composição dos termos energéticos integrantes da Função de Lagrange serão descritos no decorrer do texto de capítulos posteriores, à medida que se fizerem necessários, e, embora não se constitua restrição ao Princípio de Hamilton, suporemos tratarem-se os materiais de isótopos e linearmente elásticos, vez que apenas esses foram considerados neste trabalho.

### 1.1 - PRINCÍPIOS ENERGÉTICOS E EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

A fórmula mais geral da Lei do Movimento dos sistemas mecânicos é dada pelo Princípio de Hamilton<sup>2</sup>. De acordo com esse princípio, todo sistema mecânico é perfeitamente caracterizado por uma função:

$$L = L (q_i, \dot{q}_i, t) \quad (1.1.1)$$

de tal forma que o funcional

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L (q_i, \dot{q}_i, t) dt \quad (1.1.2)$$

assuma um valor estacionário, providenciando que  $\delta q_i(t_1) = \delta q_i(t_2) = 0$ .

A condição de estacionariedade de  $S$  nos fornece

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) dt = 0, \quad (1.1.3)$$

e, integrando por partes o segundo termo, sabendo que  $\delta \dot{q}_i = \frac{d}{dt} \delta q_i$ , obtemos

$$\delta S = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \bigg|_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i dt = 0. \quad (1.1.4)$$

Lembrando que  $\delta q_i(t_1) = \delta q_i(t_2) = 0$ , e  $\delta q_i(t)$  é arbitrário para  $t_1 < t < t_2$ , a condição de nulidade de  $\delta S$  implica em

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (1.1.5)$$

que são as equações de Lagrange do movimento, expressas em termos de  $n$  independentes coordenadas  $q_i$ , suas primeiras derivadas  $\dot{q}_i$  e a função de Lagrange  $L$ , definida por

$$L = T - \pi_p \quad (1.1.6)$$

onde  $T$  é a energia cinética do sistema e  $\pi_p$  sua energia potencial total.

Particularmente, no que se refere aos sistemas mecânicos submetidos a um conjunto de esforços, e com  $n$  graus de li

berdade, a energia cinética pode ser escrita como <sup>1,2</sup>

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (1.1.7)$$

enquanto que a energia potencial total <sup>1,2</sup>

$$\pi_p = U + V_E \quad (1.1.8)$$

onde

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n K_{ij} q_i q_j \quad (1.1.9)$$

$$V_E = - \sum_{i=1}^n Q_i q_i. \quad (1.1.10)$$

Adicionalmente, consideramos que o amortecimento estrutural provocado por forças externas seja proporcional à velocidade  $\dot{q}_i$ , e que pode ser representado pela forma quadrática <sup>1-3</sup>

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j. \quad (1.1.11)$$

As forças dissipativas devem ser acrescentadas no segundo membro das equações de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}. \quad (1.1.12)$$

Substituindo (1.1.9) e (1.1.10) em (1.1.8), e levando em conta (1.1.7), (1.1.11) e (1.1.6), as equações (1.1.12)

podem ser colocadas sob a forma seguinte, após efetuadas as derivações:

$$\sum_{j=1}^n (M_{ij}\ddot{q}_j + C_{ij}\dot{q}_j + K_{ij}q_j) = Q_i \quad (1.1.13a)$$

que sob forma matricial tornam-se

$$\underline{M} \ddot{\underline{q}} + \underline{C} \dot{\underline{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{Q}. \quad (1.1.13b)$$

No caso das variáveis do sistema estrutural independentem do tempo, o Princípio de Hamilton reduzir-se-á ao Princípio da Energia Potencial Mínima<sup>4</sup>, e a equação (1.1.3) assumirá a forma

$$\delta \pi_p = 0. \quad (1.1.14)$$

O que nos levará às equações de equilíbrio estático:

$$\sum_{j=1}^n K_{ij}q_j = Q_i, \quad (1.1.15a)$$

ou, sob forma matricial,

$$\underline{K} \underline{q} = \underline{Q}. \quad (1.1.15b)$$

A composição e a solução das equações (1.1.15) serão efetuadas mediante os conceitos da Análise Matricial de Estruturas. Isso será possível assimilando o comportamento mecânico da tubulação à Teoria Técnica das Vigas. Em vários casos,

porém, essa aproximação resulta insuficiente quando da previsão de efeitos locais, fazendo-se necessárias algumas correções introduzidas com o auxílio da Teoria da Elasticidade, ou, algumas vezes de resultados experimentais, quando essa última torna-se de difícil aplicação.

Quanto ao problema dinâmico, que, como se sabe, uma tentativa de solução exata resultaria em matrizes não lineares<sup>5</sup>, optamos pela aproximação fornecida pelo método dos Elementos Finitos,<sup>5 17 29 30 31</sup> utilizando as matrizes de rigidez e massa decorrentes do campo de deslocamentos estáticos "exato".



## II - ANÁLISE ESTATICA

A análise estrutural de tubulações tem-se desenvolvido paralelamente à análise estrutural civil, mecânica e aeronáutica no decorrer dos tempos. Os métodos utilizados pelo engenheiro de tubulações para a determinação de deslocamentos, esforços e tensões no seu sistema têm-se tornado cada vez mais semelhantes aos utilizados pelos demais ramos da engenharia estrutural<sup>10 11 12</sup>. Este paralelismo e esta semelhança são justificáveis uma vez que os princípios que regem o comportamento mecânico das estruturas são bastante gerais, e a semelhança topológica entre os sistemas de tubulações e as estruturas reticuladas do engenheiro civil, por exemplo, são evidentes. Aquela semelhança torna-se cada vez maior à medida que os métodos de análise são orientados para o uso dos modernos computadores digitais de alta velocidade e relativamente crescente capacidade de memória. Porém, provavelmente devido à grande preocupação dos engenheiros de tubulações com o problema do incremento da flexibilidade de seu sistema afim de absorver as reações nos terminais, devido às grandes mudanças de temperatura, costumam referir-se aos programas de análise como programas para análise de flexibilidade de tubulações.

Desta forma os métodos aqui desenvolvidos para a análise estrutural de tubulações pouco diferem daqueles empregados pelos engenheiros civis<sup>6 7 8</sup>. Particularmente o modelo dos deslocamentos dadas as suas conhecidas vantagens sobre o das forças é essencialmente o empregado, aonde, a partir da discretização da tubulação em elementos sujeitos a esforços em equilíbrio, aplica-se o princípio da superposição e a condição da compatibilidade de deslocamentos aos elementos incidentes em um nó, che-

gando à equação matricial de equilíbrio da estrutura.

## 2.1 - MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

A montagem das equações de equilíbrio estático é efetuada discretizando a estrutura em elementos e, de maneira sistemática, levando a contribuição de cada elemento à estrutura. Isso é feito quer para o vetor de cargas  $\underline{Q}$ , quer para a matriz de rigidez  $\underline{K}$ . O sistema de equações é então resolvido, obtendo o vetor de deslocamentos  $\underline{q}$ .

Os conceitos básicos relativos à elaboração da equação matricial de equilíbrio no que concerne ao problema estático, a partir da discretização da estrutura, como aqui considerados <sup>6 7</sup>, são a seguir descritos.

O sistema de tubulações é discretizado em elementos, distinguindo-os em retos e curvos. As equações de equilíbrio serão formuladas em função dos graus de liberdade de cada ponto de interseção dos elementos (nós ou juntas). Não se fará distinção entre os pontos de interseção de ramais ("branch points") e os pontos de interseção dos elementos; todos terão o mesmo tratamento como é comum na análise estrutural civil. Aqueles "branch points" definidos pelo engenheiro de tubulações, serão aproveitados apenas por ocasião da numeração dos nós da estrutura visando atingir uma matriz de rigidez mais rarefeita, ou ainda, para facilidade de entrada de dados, como será visto posteriormente.

Uma formulação das equações (1.1.15a), não em função das coordenadas de todos os nós inicialmente escolhidos, porém, de somente alguns poucos posteriormente selecionados, seria possível com a utilização do conceito de matrizes de transferência <sup>8</sup>. Este outro procedimento evidentemente reduziria, à vonta

de do usuário, o número de equações do sistema (1.1.15a), implicando em um menor gasto de memória no armazenamento da matriz de rigidez e menor tempo de processamento da solução do sistema de equações. Entretanto, seria despendido um adicional tempo, tanto no número de operações requeridas para transferências de quantidades relevantes, como na execução da mais intrincada lógica que aquela formulação exigiria; acrescentando, ainda, que o número de operações necessárias por um e por outro métodos dará pelo menos uma leve vantagem ao primeiro <sup>8</sup>. De forma que, no cômputo total, provavelmente, o método de equilíbrio direto dos nós originariamente escolhidos será mais eficiente quando utilizado nos computadores de médio ou grande porte, possuindo, inclusive, a seu favor maior flexibilidade e maior simplicidade. Apesar das evidências, acreditamos que uma resposta objetiva sobre a eficiência computacional global de ambos os esquemas só seria possível mediante uma comparação direta entre os métodos programados.

Seja o elemento  $i$ , de nós  $j$  e  $k$ , com a origem do sistema de eixos local em  $j$ . Sejam  $\underline{u}^i$  os deslocamentos generalizados das extremidades desse elemento, e  $\underline{k}^i$  sua matriz de rigidez, ambos no sistema local do elemento. Sendo  $\underline{p}^{i,e}$  os esforços de engastamento perfeito quando sujeito a cargas externas, os esforços atuantes nas extremidades desse elemento podem ser escritos como:

$$\underline{p}^{i,a} = \underline{k}^i \underline{u}^i + \underline{p}^{i,e} \quad (2.1.1a)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \underline{p}_j^{i,a} \\ \underline{p}_k^{i,a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{k}_{jj}^i & \underline{k}_{jk}^i \\ \underline{k}_{kj}^i & \underline{k}_{kk}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}_j^i \\ \underline{u}_k^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{p}_j^{i,e} \\ \underline{p}_k^{i,e} \end{bmatrix} \quad (2.1.1b)$$

Esses mesmos esforços quando referidos a um sistema global único serão escritos

$$\underline{\underline{Q}}^{i,a} = \underline{\underline{K}}^i \underline{\underline{q}}^i + \underline{\underline{Q}}^{i,e} \quad (2.1.2a)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{Q}}_j^{i,a} \\ \hline \underline{\underline{Q}}_k^{i,a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{jj}^i & \underline{\underline{K}}_{jk}^i \\ \hline \underline{\underline{K}}_{kj}^i & \underline{\underline{K}}_{kk}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{q}}_j^i \\ \hline \underline{\underline{q}}_k^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{Q}}_j^{i,e} \\ \hline \underline{\underline{Q}}_k^{i,e} \end{bmatrix} . \quad (2.1.2b)$$

A relação entre esforços nos sistemas local e global será da forma:

$$\underline{\underline{p}}^{i,a} = \underline{\underline{R}}^i \underline{\underline{Q}}^{i,a}, \quad (2.1.3)$$

e, para os deslocamentos

$$\underline{\underline{u}}^i = \underline{\underline{R}}^i \underline{\underline{q}}^i, \quad (2.1.4)$$

onde  $\underline{\underline{R}}^i$  é a matriz de rotação de esforços e deslocamentos do sistema global para o local do elemento  $i$ , tal que

$$\underline{\underline{R}}^i = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}}_{jj}^i & \hline \underline{\underline{O}} \\ \hline \underline{\underline{O}} & \underline{\underline{R}}_{kk}^i \end{bmatrix} . \quad (2.1.5)$$

Tendo em vista a ortogonalidade de  $\underline{\underline{R}}^i$  temos que  $\underline{\underline{R}}^{i,t} = \underline{\underline{R}}^{i,-1}$ .  
Ainda mais, o sistema de eixos local será escolhido tal que

$\tilde{R}_j^i = \tilde{R}_k^i$ . Haja vista as equações acima podemos escrever

$$\tilde{K}^i = \tilde{R}^{i,t} \tilde{k}^i \tilde{R}^i \quad (2.1.6a)$$

ou

$$\tilde{K}^i = \begin{bmatrix} \tilde{R}_j^{i,t} \tilde{k}_{jj}^i \tilde{R}_j^i & \tilde{R}_j^{i,t} \tilde{k}_{jk}^i \tilde{R}_k^i \\ \hline \tilde{R}_k^{i,t} \tilde{k}_{kj}^i \tilde{R}_j^i & \tilde{R}_k^{i,t} \tilde{k}_{kk}^i \tilde{R}_k^i \end{bmatrix} \quad (2.1.6b)$$

O princípio da superposição nos diz que os esforços em uma junta  $j$ , aonde incidem os elementos  $i, 1, \dots, m$  será

$$\tilde{Q}_j^a = \tilde{Q}_j^{i,a} + \tilde{Q}_j^{1,a} + \dots + \tilde{Q}_j^{m,a} \quad (2.1.7)$$

enquanto que a condição de compatibilidade de deslocamentos pode ser traduzida como

$$\tilde{q}_j^i = \tilde{q}_j^1 = \dots = \tilde{q}_j^m. \quad (2.1.8)$$

A equação (2.1.7) pode ser escrita, tendo em vista (2.1.2b):

$$\tilde{Q}_j^a = (\tilde{K}_{jj}^i \tilde{q}_j^i + \tilde{K}_{jk}^i \tilde{q}_k^i) + \dots + (\tilde{K}_{jj}^m \tilde{q}_j^m + \tilde{K}_{jn}^m \tilde{q}_n^m) + \tilde{Q}_j^{i,e} + \dots + \tilde{Q}_j^{m,e}. \quad (2.1.9a)$$

Ordenando, e levando em conta (2.1.8) obtemos, respectivamente,

$$\begin{aligned} Q_j^a = & (\tilde{K}_{jj}^i q_j^i + \dots + \tilde{K}_{jj}^m q_j^m) + \dots + (\tilde{K}_{jk}^i q_k^i + \dots + \\ & \tilde{K}_{jn}^m q_n^m) + Q_j^{i,e} + \dots + Q_j^{m,e}, \end{aligned} \quad (2.1.9b)$$

e,

$$\begin{aligned} Q_j^a = & \tilde{K}_{jj} q_j + \dots + \tilde{K}_{jk} q_k + \dots + \tilde{K}_{jn} q_n + Q_j^{i,e} + \\ & \dots + Q_j^{m,e}, \end{aligned} \quad (2.1.9c)$$

onde

$$\tilde{K}_{jk} = \tilde{K}_{jk}^i + \tilde{K}_{jk}^1 + \dots + \tilde{K}_{jk}^m \quad p/ j, k = 1, \dots, n_j \quad (2.3.10)$$

onde  $n_j$  é o número de juntas da estrutura.

As equações representadas pela equação (2.1.9c) podem ser colocadas sob forma matricial:

$$\underline{Q}^a = \underline{K} \underline{q} + \underline{Q}^e \quad (2.1.9d)$$

ou

$$\underline{Q} = \underline{K} \underline{q} \quad (2.1.9d)$$

onde

$$\underline{Q} = \underline{Q}^a - \underline{Q}^e, \quad (2.1.11)$$

nesta última equação  $\underline{Q}^a$  são as cargas diretamente aplicadas sobre as juntas, e  $-\underline{Q}^e$  são as cargas equivalentes aplicadas nas juntas.

A equação matricial (2.1.9d) corresponde à equação (1.1.15b). No desenvolvimento efetuado está implícito pela equação (2.1.8) que as condições de contorno do problema estão satisfeitas. A rigor, porém, essas condições serão impostas após montado o sistema de equações por uma das duas técnicas que serão descritas posteriormente<sup>9</sup>.

Antes que como uma matriz quadrada de ordem  $n = 6 \times n_j$ , a matriz de rigidez é montada sob forma unidimensional, armazenando apenas os elementos compreendidos entre o último não nulo de cada coluna e o da diagonal principal, ambos inclusive. Isto é feito dado o alto grau de esparsidade que pode atingir uma matriz de rigidez de um sistema de tubulações, particularmente em problemas dinâmicos aonde a aproximação fornecida pelo método dos Elementos Finitos requer na maioria das vezes uma grande discretização de cada ramal.

Após resolvido o sistema de equações para os deslocamentos incógnitos a completa resolução do problema requer posteriores etapas. Assim é que os esforços atuantes nas extremidades dos elementos serão determinados pela equação (2.1.1a), sob a forma

$$\underline{p}^{i,a} = \underline{k}^i \underline{R}^i \underline{q}^i + \underline{p}^{i,e}, \quad (2.1.12)$$

enquanto que as reações nos terminais e apoios intermediários por

$$Q_{r,j} = R_{\tilde{j}}^{i,t} k_{\tilde{j}j}^i R_{\tilde{j}}^i q_j^i + R_{\tilde{j}}^{i,t} k_{\tilde{j}k}^i R_{\tilde{k}}^i q_k^i + \dots +$$

$$R_{\tilde{j}}^{m,t} k_{\tilde{j}j}^m R_{\tilde{j}}^m q_j^m + R_{\tilde{j}}^{m,t} k_{\tilde{j}n}^m R_{\tilde{n}}^m q_n^m - Q_j^a + Q_j^e.$$

(2.1.13)

Como complemento da análise é extremamente conveniente ao engenheiro de tubulações saber das tensões equivalentes atuantes em cada nó da estrutura. O procedimento para tal será descrito em capítulo posterior.

## 2.2 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS

São a seguir descritas as duas etapas computacionalmente decisivas, sob o ponto de vista de eficiência computacional, quais sejam as de armazenamento em memória da matriz de rigidez da estrutura e a solução do sistema de equações algébricas lineares simultâneas, juntamente com alguma orientação sobre o melhor uso por parte do eventual usuário do programa.

### 2.2.1 - MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA

Como é sabido, a matriz de rigidez da estrutura a apresenta características de simetria (o que é indicado, por exemplo, pela forma quadrática positiva definida da energia de deformação dada pela expressão (1.1.9), onde o elemento  $K_{ij}$  encontra-se sempre multiplicado pelo termo  $q_i q_j$ , cuja permissividade de permutação de índices implica na igualdade  $K_{ij} = K_{ji}$ ) e esparsidade. Dependendo da numeração adequada dos nós a esparsidade pode atingir um grau elevado que não deve ser desprezado para efeitos computacionais, haja vista as limitações de memória do compu



tador, bem como as operações com elementos nulos desnecessárias.

No caso de tubulações, particularmente na análise dinâmica, quando um grande número de elementos estão conectados em série, e, ao mesmo tempo, vários elementos podem interconectar-se em um único ponto, uma numeração mais adequada que aquela de largura de banda mínima geralmente traz grande economia computacional.

Assim sendo optamos por uma variante do método apresentado na referência (14), muito útil para o nosso caso, e que encontra-se esquematizado na Figura (2.2.1). Este procedimento é também utilizado para a matriz de massa da estrutura quando do uso da formulação consistente.

As condições de contorno são introduzidas após a montagem, quer utilizando a "técnica dos zeros e um" ou a "técnica do número grande" como são conhecidas. Nos exemplos efetuados as duas técnicas produziram idênticos resultados numéricos, sendo que, na forma como foram programadas aquela última requer um menor tempo de processamento.

Para melhor utilização do esquema de montagem convém salientar que nem sempre a melhor numeração dos nós é aquela que implica em menor largura de banda, devendo dar-se preferência às numerações consecutivas por ramal que produzirão maior esparsidade e conseqüentemente menor memória requerida para armazenar  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$ , e menor tempo de processamento na solução do sistema de equações. Além do que, como geralmente cada ramal possui elementos com características elásticas e seção transversal idênticas, uma numeração contínua por ramal torna-se bem mais conveniente para facilidade e controle de entrada e saída de dados pelo

K ou M

K <sub>11</sub>	K <sub>12</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0
	K <sub>22</sub>	K <sub>23</sub>	K <sub>24</sub>	0	0	0	0	0	0
		K <sub>33</sub>	K <sub>34</sub>	0	K <sub>36</sub>	K <sub>37</sub>	0	0	0
			K <sub>44</sub>	0	0	K <sub>47</sub>	0	0	0
				K <sub>55</sub>	0	K <sub>57</sub>	K <sub>58</sub>	0	0
					K <sub>66</sub>	K <sub>67</sub>	K <sub>68</sub>	0	0
						K <sub>77</sub>	0	K <sub>79</sub>	0
							K <sub>88</sub>	0	K <sub>810</sub>
								K <sub>99</sub>	0
									K <sub>1010</sub>

S.

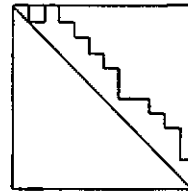
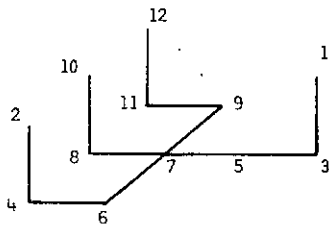
Vetor A

A <sub>1</sub>	A <sub>3</sub>								
	A <sub>2</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>8</sub>						
		A <sub>4</sub>	A <sub>7</sub>						
			A <sub>6</sub>						
				A <sub>13</sub>	A <sub>18</sub>				
				A <sub>12</sub>	A <sub>17</sub>				
					A <sub>9</sub>	A <sub>11</sub>	A <sub>16</sub>	A <sub>22</sub>	
						A <sub>10</sub>	A <sub>15</sub>	A <sub>21</sub>	
							A <sub>14</sub>	A <sub>20</sub>	A <sub>25</sub>
								A <sub>19</sub>	A <sub>24</sub>
									A <sub>23</sub>
									A <sub>26</sub>
									A <sub>27</sub>
									A <sub>28</sub>
									A <sub>29</sub>

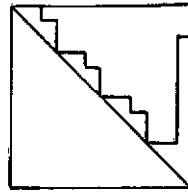
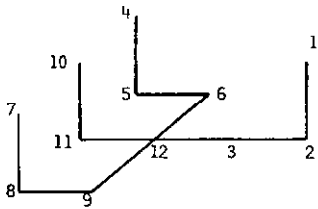
K - Matriz de rigidezM - Matriz de massaA - Vetor que armazena K e MX - Vetor de alturas das colunas (temporário)  
X (I) guarda a altura da coluna I.Y - Vetor de endereços de A  
Y (I) guarda a posição em A da diagonal I.

<u>X</u>	<u>Y</u>
0	1
1	2
1	4
2	6
0	9
3	10
4	14
3	19
2	23
2	26
	29

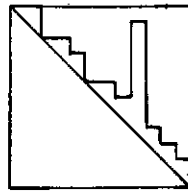
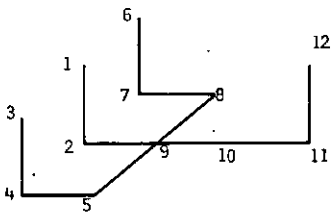
Figura (2.2.1)



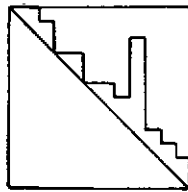
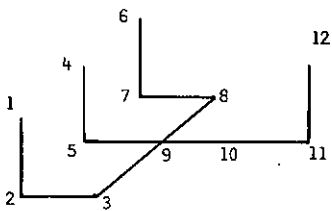
LB = 18  
ND = 72  
LB.ND = 1296  
NTP = 900



LB = 60  
ND = 72  
LB.ND = 4320  
NTP = 828



LB = 48  
ND = 72  
LB.ND = 3456  
NTP = 792



LB = 42  
ND = 72  
LB.ND = 3024  
NTP = 756

LB = Largura de banda  
ND = Nº de graus de liberdade  
NTP = Nº total de posições ocupadas

Figura ( 2.2.2 )

usuário. Para esclarecimentos, as seqüências da Figura (2.2.2) parece-nos bastante oportuna, conquanto simples.

Naquela Figura o esquema apresentado primeiro é um dos possíveis de largura de banda (LB) mínima. Os seguintes, embora possuam largura de banda superior ao primeiro, surgem como mais convenientes para o esquema utilizado, sendo que o último produz menor quantidade de posições de memória efetivas para a matriz de rigidez (ou massa consistente), dentre os possíveis.

### 2.2.2 - RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Sistemas de equações algébricas lineares simultâneas surgem no presente trabalho por ocasião da determinação dos deslocamentos estáticos, e, no problema dinâmico em cada iteração de subespaços na solução do problema de autovalores e autovetores. Em ambos os casos a eficiência do método utilizado para a solução do sistema de equações é essencial. A escolha do método deve ser baseada na exatidão desejada dos resultados e no tempo e memória computacionais necessários à sua execução. Sob esses aspectos são os métodos de Cholesky e Gauss bastante competitivos, tornando a escolha entre ambos, muitas vezes, uma questão de preferência pessoal. Implementamos, portanto, rotinas para execução dos dois métodos, que a seguir são sumarizados dadas às características especiais que os algoritmos assumem em virtude do critério adotado para armazenamento da matriz de rigidez da estrutura.

O problema básico consiste em encontrar um vetor  $\tilde{x}$  tal que

$$\underline{\tilde{K}} \underline{\tilde{x}} = \underline{\tilde{y}} \quad (2.2.1)$$

onde  $\underline{\tilde{y}}$  é um vetor de coeficientes conhecidos.

#### 2.2.2.1 - O MÉTODO DE CHOLESKY

A matriz  $\underline{\tilde{K}}$  pode univocamente ser decomposta<sup>13</sup> em

$$\underline{\tilde{K}} = \underline{\tilde{T}}^t \underline{\tilde{T}} \quad (2.2.2)$$

onde  $\underline{\tilde{T}}$  é uma matriz triangular superior, cujos elementos são dados por<sup>9</sup>

$$T_{ii} = (K_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} T_{ki}^2)^{1/2}$$

$$T_{ij} = \frac{1}{T_{ii}} (K_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} T_{ki} T_{kj}), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$j = i+1, \dots, n.$$

(2.2.3)

Substituindo (2.2.2) em (2.2.1) obtemos

$$\underline{\tilde{T}}^t \underline{\tilde{y}}^* = \underline{\tilde{y}} \quad (2.2.4)$$

onde

$$\underline{\tilde{y}}^* = \underline{\tilde{T}} \underline{\tilde{x}}. \quad (2.2.5)$$

Os elementos de  $\underline{\tilde{y}}^*$  podem ser obtidos de (2.2.4):

$$y_i^* = \frac{1}{T_{ii}} \left( y_i - \sum_{k=1}^{i-1} T_{ki} y_k^* \right), \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.2.6)$$

e os elementos finais de  $\tilde{x}$  obtidos de (2.2.5) por retrosubstituição mediante

$$x_i = \frac{1}{T_{ii}} \left( y_i^* - \sum_{k=i+1}^n T_{ik} x_k \right), \quad i = n, \dots, 1. \quad (2.2.7)$$

Considerando que a matriz de rigidez da estrutura é montada por colunas, e não sendo armazenados os coeficientes que estejam além do último não nulo de cada coluna, o algoritmo acima requer modificações para que se não trabalhe com os  $K_{ij}$  não armazenados. Isso é feito efetivamente calculando os valores de cada uma das equações do algoritmo por colunas, de acordo com o esquema que se segue, para o qual se define  $m_k$  como o número da linha do primeiro não nulo da coluna  $k$ , de cima para baixo, e  $m_m = \max. \{m_i, m_j\}$ .

Decomposição de  $K$ :

Para cada  $j = 1, \dots, n$ , calcular:

1. Para  $i = m_j, \dots, j - 1$ :

$$1a. \quad T_{ij} = \frac{1}{T_{ij}} \left( K_{ij} - \sum_{k=m_m}^{i-1} T_{ki} T_{kj} \right)$$

$$1b. \quad \text{acumular: } b = b + T_{ij}^2$$

2.  $T_{jj} = (K_{jj} - b)^{1/2}$ , armazenando  $T_{jj}$  sob a forma  $1/T_{jj}$ .

Redução do Vetor  $\underline{y}$ :

Para cada  $i = 1, \dots, n$ , calcular:

$$1. \ y_i^* = \frac{1}{T_{ii}} \left( y_i - \sum_{k=m_i}^{i-1} T_{ki} y_k^* \right)$$

Retrosubstituição:

Para cada  $i = 1, \dots, n$ , calcular:

$$1. \ \bar{y}_i = \frac{1}{T_{ii}} y_i^*, \text{ observando que, ao fim desta etapa temos}$$

$$x_n = \bar{y}_n.$$

Para cada  $i = n, \dots, 2$ , calcular:

$$1. \ \bar{x}_k = \bar{y}_k - \frac{1}{T_{ii}} T_{ki} x_i, \text{ com } k = m_i, \dots, i-1. \text{ Observando}$$

que para  $i = n$ ,  $x_n$  ocupa a posição  $\bar{y}_n$ , ou seja, ao iniciar-

se a etapa  $i$ , o valor de  $x_i$  já tem sido calculado na etapa

anterior.

#### 2.2.2.2 - O MÉTODO DE GAUSS

A partir das expressões (2.2.3) podemos definir uma matriz  $\underline{S}$ , de coeficientes  $S_{ij}$ , tais que <sup>6</sup>

$$T_{ii} = S_{ii}^{1/2}$$

$$T_{ij} = S_{ij} S_{ii}^{1/2} \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n; \quad (2.2.8)$$

levando em (2.2.3) obteremos

$$S_{ii} = K_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} S_{ki}^2 S_{kk}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{S_{ii}} \left( K_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} S_{ki} S_{kj} S_{kk} \right), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$j = i+1, \dots, n;$$

(2.2.9)

semelhantemente, operando com (2.2.6) e (2.2.8), podemos definir um vetor  $\underline{c}$  com coeficientes  $c_i = T_{ii} y_i^*$  que nos levará à expressão

$$c_i = y_i - \sum_{k=1}^{i-1} S_{ki} c_k, \quad i = 1, \dots, n; \quad (2.2.10)$$

e, operando com (2.2.7), os elementos finais do vetor  $\underline{x}$  serão dados por

$$x_i = \frac{c_i}{S_{ii}} - \sum_{k=i+1}^n S_{ik} x_k, \quad i = n, \dots, 1 \quad (2.2.11)$$

Sob o aspecto das equações (2.2.9), (2.2.10) e (2.2.11) o algoritmo é chamado de Gauss.

Pelos mesmos motivos anteriores o algoritmo é reformulado <sup>14</sup> para sua eficiente implementação em computador, de acordo com o esquema seguinte:



Decomposição de  $\underline{K}$ :

Para cada  $j = 1, \dots, n$ , calcular:

$$1. \quad g_{ij} = K_{ij} - \sum_{k=m_j}^{i-1} S_{ki} g_{kj}, \quad i = m_j, \dots, j-1, \text{ armazenando}$$

$g_{ij}$  em  $K_{ij}$

$$2. \quad S_{ij} = g_{ij} / S_{ii}, \quad i = m_j, \dots, j-1$$

$$S_{jj} = K_{jj} - \sum_{k=m_j}^{j-1} S_{kj} g_{kj}$$

Onde  $g_{ij}$  é uma variável auxiliar, criada para evitar a repetição do produto  $S_{ki} S_{kk}$  nas duas expressões (2.2.9).

Redução do Vetor  $\underline{y}$ :

Para cada  $i = 1, \dots, n$ , calcular:

$$1. \quad c_i = y_i - \sum_{k=m_i}^{i-1} S_{ki} c_k.$$

Retrosubstituição:

Para cada  $i = 1, \dots, n$ , calcular:

$$1. \quad c_i^* = c_i / S_{ii}. \quad \text{Observando que ao fim desta etapa } x_n = c_n^*.$$

Uma vez que  $x_n$  tem sido calculado, para cada  $i=n, \dots, 2$ :

2.  $\bar{x}_k = c_k^* - S_{ki} x_i$ ,  $k = m_i, \dots, i-1$ ; e, observando que ao iniciar-se a etapa  $i$ , o valor  $x_i$  tem sido calculado na etapa anterior.

### III - ANÁLISE SÍSMICA

Para obtenção da resposta de tubulações submetidas a sismos utilizamos as equações do movimento em coordenadas normais. Os métodos utilizados para desacoplamento das equações dinâmicas, redução dos graus de liberdade, e integração das equações desacopladas são a seguir descritos. Limitamo-nos ao caso particular em que todos os suportes da tubulação encontram-se submetidos à mesma excitação.

#### 3.1 - VIBRAÇÕES LIVRES NÃO AMORTECIDAS

A consideração da equação (1.1.13a) sem os esforços generalizados  $\underline{Q}$  atuantes, e com o amortecimento desprezível, nos leva à equação matricial

$$\underline{M} \ddot{\underline{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{0}, \quad (3.1.1a)$$

que governa o movimento de sistemas ditos em vibrações livres não amortecidas. Um sistema nessas condições possui energia total constante (não há forças dissipativas) idêntica àquela ao iniciar-se o movimento. O problema gerado consiste em determinar sob quais condições a equação (3.1.1a) permite ocorrer movimento, ou seja, quais as condições para que (3.1.1a) admita soluções não triviais.

A equação (3.1.1a) representa  $n$  equações diferenciais lineares homogêneas a coeficientes constantes:

$$\sum_{j=1}^n (M_{ij} \ddot{q}_j + K_{ij} q_j) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.1.1b)$$

Segundo a regra geral de soluções desse gênero de equações, serão procuradas  $n$  funções incógnitas da forma

$$\underline{q} = \underline{\phi} \cos (\omega t + \alpha) \quad (3.1.2)$$

onde  $\underline{\phi}$  é um vetor de constantes  $\phi_j$  invariáveis com o tempo. Levando (3.1.2) à equação (3.1.1a) obteremos  $n$  equações algébricas lineares e homogêneas que deverão satisfazer  $\underline{\phi}$ :

$$(-\omega^2 \underline{M} + \underline{K}) \underline{\phi} = \underline{0} \quad (3.1.3a)$$

ou

$$\underline{K} \underline{\phi} = \omega^2 \underline{M} \underline{\phi}. \quad (3.1.3b)$$

Para que esse sistema possua soluções não triviais devemos ter:

$$\| -\omega^2 \underline{M} + \underline{K} \| = 0. \quad (3.1.4)$$

A equação (3.1.4), chamada característica, é uma equação algébrica de grau  $n$ , em  $\omega^2$ , e possui  $n$  raízes reais e positivas,  $\omega_j^2$ ,  $j = 1, \dots, n$ , não necessariamente todas distintas. As grandezas  $\omega_j$  são chamadas frequências próprias ou frequências circulares do sistema.

Uma vez encontradas as  $\omega_j$ , cada uma delas quando levadas à equação (3.1.3b) proporciona um vetor associado  $\underline{\phi}_j$ , determinado a menos de um múltiplo de simesmo. Cada frequência  $\omega_j$  juntamente com um correspondente vetor  $\underline{\phi}_j$  proporcionam uma solução particular para (3.1.3a). A solução geral de (3.1.1a) poderá

ser escrita como:

$$\underline{q} = \sum_{j=1}^n c_j \underline{\phi}_j \cos (\omega_j t + \alpha_j) \quad (3.1.5a)$$

onde as  $c_j$  são constantes arbitrárias.

Essa equação sugere que podemos expressar o movimento do sistema em termos de novas coordenadas generalizadas de forma que cada uma delas realize apenas uma oscilação simples; sob forma matricial podemos escrever  $\underline{q}$  como

$$\underline{q} = \underline{\Phi} \underline{\eta} \quad (3.1.5b)$$

onde  $\underline{\Phi}$  é uma matriz quadrada cujas colunas são os  $n$   $\underline{\phi}_j$ :

$$\underline{\Phi} = [\underline{\phi}_1, \underline{\phi}_2, \dots, \underline{\phi}_j, \dots, \underline{\phi}_n] \quad (3.1.6)$$

e  $\underline{\eta}$  são as novas coordenadas generalizadas cujas componentes, de acordo com (3.1.5a,b) e (3.1.6), são da forma

$$\eta_j = c_j \cos (\omega_j t + \alpha_j), \quad (3.1.7)$$

chamadas de coordenadas normais ou modais. De acordo com sua definição elas obedecem à equação

$$\ddot{\eta}_j + \omega_j^2 \eta_j = 0, \quad (3.1.8)$$

isso significando que em coordenadas normais as equações do movimento são  $n$  equações independentes.

As  $n$  equações da forma (3.1.3b) podem ser representadas por

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Phi}} = \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}} \underline{\underline{\Lambda}} \quad (3.1.9)$$

onde  $\underline{\underline{\Lambda}}$  é uma matriz diagonal cujos elementos não nulos são os  $\omega_j^2$ . Prê-multiplicando essa equação por  $\underline{\underline{\Phi}}^t$  teremos

$$\underline{\underline{\Phi}}^t \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Phi}} = \underline{\underline{\Phi}}^t \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}} \underline{\underline{\Lambda}}, \quad (3.1.10a)$$

e como  $\underline{\underline{K}}$  e  $\underline{\underline{M}}$  são matrizes simétricas segue que  $\underline{\underline{\Phi}}^t \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Phi}}$  e  $\underline{\underline{\Phi}}^t \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}}$  também o são. Tendo em vista que  $\underline{\underline{\Lambda}}$  é uma matriz diagonal, a equação (3.1.10a) nos diz que  $\underline{\underline{\Phi}}^t \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}}$  é também diagonal. Logo (3.1.10a) pode ser escrita como:

$$\hat{\underline{\underline{K}}} = \hat{\underline{\underline{M}}} \hat{\underline{\underline{\Lambda}}} \quad (3.1.10b)$$

onde  $\hat{\underline{\underline{K}}}$  e  $\hat{\underline{\underline{M}}}$  são matrizes diagonais de coeficientes não nulos  $\hat{K}_j$  e  $\hat{M}_j$ , respectivamente. Desta forma temos mostrado que os  $\underline{\underline{\phi}}_j$  são ortogonais com respeito aos operadores  $\underline{\underline{K}}$  e  $\underline{\underline{M}}$ .

É conveniente, em lugar dos  $\eta_j$ , definirmos novas coordenadas normais  $\hat{\eta}_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , tais que

$$\hat{\eta}_j = \hat{M}_j^{1/2} \eta_j \quad (3.1.11)$$

e, de acordo com as equações (3.1.5a), (3.1.6) e (3.1.7), os novos modos serão

$$\underline{\underline{\phi}}_j = \underline{\underline{\phi}}_j \hat{M}_j^{-1/2}. \quad (3.1.12)$$

Como consequência disso teremos

$$\hat{\Phi}^t \underset{\sim}{M} \hat{\Phi} = \underset{\sim}{I} \quad (3.1.13)$$

e

$$\hat{\Phi}^t \underset{\sim}{K} \hat{\Phi} = \underset{\sim}{\Lambda} . \quad (3.1.14)$$

Assim definidos, os  $n$  vetores de  $\hat{\Phi}$  formarão uma base  $M$ -ortonormal para o espaço  $n$ -dimensional de soluções de (3.1.1a). Eles darão forma mais conveniente no tratamento das equações do movimento via computador. Por simplicidade de notação os modos normais de vibração, considerados daqui em diante sempre  $\underset{\sim}{M}$ -ortonormalizados, prescindirão do sinal " $\wedge$ ", assim como as coordenadas normais  $\hat{\eta}_j$ .

Até o presente temos conjecturado sobre a forma da solução de (3.1.1a) sem uma efetiva indicação de como obtê-la. Isso será descrito no parágrafo seguinte.

### 3.1.1 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE AUTOVALORES E AUTOVETORES

Muitos são os métodos disponíveis para a solução do problema de autovalores e autovetores.<sup>4 13 14 15</sup> Poucos são aqueles, entretanto, que permitem tirar partido das características de simetria e esparsidade das matrizes de massa e rigidez, com o intuito de obter economia de memória e tempo computacionais. Fatores esses de suma importância na Análise Dinâmica de Estruturas, inclusive nesta fase de obtenção das características vibratórias, uma vez que na maioria das vezes é a responsável pela maior parte do tempo e memória computacionais consumidos duran

te toda a análise.

Sob aqueles aspectos torna-se o método de Iteração de Sub-Espaços <sup>14 15</sup> um dos mais eficientes até o presente desenvolvidos. Particularmente útil na Análise de Tubulações submetidas a sismos, onde pode atingir várias centenas, ou mesmo milhares, de graus de liberdade, em contrapartida necessitando para uma boa análise pouco mais de uma dezena de autovalores e correspondentes autovetores, e, na maioria dos casos podendo a análise ser convenientemente efetuada com o conceito de massa discreta ( $\underline{M}$  diagonal), quando exatamente aí o método atinge convergência em pouquíssimas iterações.

Os procedimentos que levam o nome de iteração de sub-espacos foram inicialmente advinculados pelos autores referenciados em (14) e (15) e encontram-se atualmente bastante difundidos. <sup>4 14 15 16 18</sup> No procedimento da iteração inversa assume-se que apenas um vetor de cada vez é considerado. No método de Iteração de Sub-espacos considera-se uma generalização desse procedimento fazendo-se iteragir simultaneamente um desejado número de vetores. Visto dessa forma ele pode ser considerado um processo melhorado do método de Rayleigh-Ritz <sup>4 14 15 16 17</sup> onde podemos obter os resultados com um desejado grau de precisão. <sup>4</sup> Entretanto, características do método o fazem equivalente a iterações entre sub-espacos antes que à interação simultânea com vetores. Isto se torna importante porque se faz necessária apenas a convergência do sub-espaco e não dos vetores individualmente.

O objetivo do método é encontrar os menores  $p$  autovalores e correspondentes autovetores que satisfazem a equação (3.1.9), onde  $\Phi$  é agora de ordem  $n \times p$ , contendo os menores  $p$  au



tovetores, e  $\underline{\Lambda}$  de ordem  $p \times p$ , contendo os correspondentes autovalores ( $\omega_i^2$ ). Desta forma os autovalores formarão uma base  $\underline{M}$ -ortonormal para um espaço  $p$ -dimensional,  $E_\infty$ . A idéia básica é fazer iteragir sub-espacos  $E_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , a partir de um sub-espaço inicial  $E_0$  gerado por  $p$  linearmente independentes vetores, mediante a equação (3.1.3b). Consideremos para isso  $\underline{X}_0$  armazenando esses  $p$  vetores iniciais. Na etapa de iteração  $k$ ,  $k=1, 2, \dots$ , procedemos à iteração inversa do sub-espaço  $E_{k-1}$  com  $E_k$ :

$$\underline{K} \underline{\bar{X}}_k = \underline{M} \underline{X}_{k-1} \quad (3.1.15)$$

A resolução desse sistema de equações por qualquer dos métodos descritos no capítulo anterior (aproveita-se dessa forma as características de  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$ ) permite encontrar os vetores aproximados  $\underline{\bar{X}}_k$  que geram o sub-espaço  $p$ -dimensional  $E_k$ . A utilização imediata de  $\underline{\bar{X}}_k$  na próxima iteração não é conveniente antes de realizar duas modificações. Para manter valores absolutos razoáveis convém normalizá-los, e ortogonalizá-los para evitar que a convergência de cada vetor seja em direção ao primeiro autovetor unicamente. Isto pode ser efetuado de diferentes formas, entretanto o método de Rayleigh-Ritz permite fazê-los simultaneamente, de forma bastante estável, com uma grande taxa de convergência. Desta forma projeta-se os operadores  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  sobre  $E_k$ :

$$\underline{K}_k = \underline{\bar{X}}_k^t \underline{K} \underline{\bar{X}}_k \quad (3.1.16)$$

e

$$\underline{M}_k = \underline{\bar{X}}_k^t \underline{M} \underline{\bar{X}}_k, \quad (3.1.17)$$

e resolvemos o problema de autovalor generalizado para aqueles operadores projetados:

$$\tilde{K}_k \tilde{Q}_k = \tilde{M}_k \tilde{Q}_k \tilde{\Lambda}_k. \quad (3.1.18)$$

Resolvido o problema de autovalores acima (observamos que tem-se reduzido o problema ao de ordem  $p \ll n$ ) os autovalores e autovetores devem ser ordenados, em ordem crescente. Uma melhor aproximação para os vetores da próxima etapa são finalmente obtidos por:

$$\tilde{X}_k = \tilde{\bar{X}}_k \tilde{Q}_k. \quad (3.1.19)$$

No limite teremos:

$$\tilde{X}_k \rightarrow \tilde{\Phi} \quad \text{e} \quad \tilde{\Lambda}_k \rightarrow \tilde{\Lambda}, \quad \text{quando } k \rightarrow \infty,$$

desde que  $E_0$  não seja ortogonal a um dos  $p$  autovetores que geram  $E_\infty$ .

Assumindo que  $E_k$  está próximo de  $E_\infty$ , a razão de convergência da  $i$ -ésima coluna de  $\tilde{X}_k$  para  $\tilde{\Phi}_i$  é  $\omega_i^2 / \omega_{p+1}^2$ . A convergência é portanto linear, e a razão assintótica nos permite concluir que os primeiros convergirão mais rapidamente. Uma melhor convergência pode desta forma ser obtida usando  $q$  vetores de iteração,  $q > p$ . É aconselhável que  $q$  seja escolhido entre o menor dos valores  $2p$  e  $p+8$ . Essa limitação visa não tornar dispendioso o tempo de computação (e memória) necessários a cada ciclo de iteração.

Tendo em vista que o número de iterações de sub-

espaços necessários para atingir convergência depende de quão próximo  $E_0$  está de  $E_\infty$ , quanto mais próximos dos autovalores requeridos estiverem os vetores de partida, em menos iterações ela será atingida. Contudo não é de necessidade premente o uso desses vetores, e aí reside basicamente a efetividade do método pois basta que os vetores  $X_0$  gerem um sub-espaço próximo a  $E_\infty$ . Um esquema geralmente utilizado e que tem resultado eficiente é colocar na primeira coluna de  $\underline{M} X_0$  a diagonal de  $\underline{M}$  objetivando excitar todos os modos e não omitir qualquer deles; as outras colunas de  $\underline{M} X_0$  são vetores unitários com valor +1 nas coordenadas com maior razão  $M_{ii}/K_{ii}$ . No caso particular de  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  serem diagonais aqueles vetores geram  $E_\infty$ , razão porque são usados.

A convergência pode ser medida por  $\left| \omega_i^2(k) - \omega_i^2(k-1) \right| / \omega_i^2(k) = 10^{-2s}$ , para cada autovalor  $i$ , na etapa  $k$ , para cada um dos  $p$  primeiros autovalores apenas. Os autovalores serão obtidos com  $2s$  dígitos significativos e os autovetores com  $s$  dígitos. <sup>14 16</sup> É aconselhado o uso de  $s=3$ , no mínimo.

É possível efetuar uma verificação de se realmente foram calculados os  $p$  primeiros autovalores e autovetores do problema mediante a aplicação da propriedade da sequência de Sturm <sup>14 13</sup> do polinômio característico do problema  $\underline{K} \underline{\phi} = \omega^2 \underline{M} \underline{\phi}$ . Isto é feito efetivamente <sup>13 14 15</sup> contando o número de elementos negativos da diagonal da matriz  $\underline{S}$ ,  $(S_{ii})$ , resultante da decomposição de Gauss (vide parágrafo 2.2.2.2) da matriz  $\underline{K} - \mu \underline{M}$ . Para obter um valor adequado para  $\mu$  é necessário encontrar limites para os valores exatos de  $\omega_i^2$  a partir dos valores calculados  $\omega_i^2(k)$ . Um valor conservativo para esses limites, quando usado no mínimo  $s = 3$  para medir a convergência, é tomar <sup>14 15</sup>  $\omega_i^2 = \omega_i^2(k) \pm 0.01$ .

A solução do problema de autovalor indicado pela equação (3.1.18), que deve ser resolvido a cada iteração de sub-espacos é encontrada através do método de Jacobi generalizado<sup>14</sup>. O método de Jacobi torna-se adequado já que as matrizes  $\tilde{K}_k$  e  $\tilde{M}_k$  tendem a se tornar mais e mais diagonais a cada iteração de sub-espacos.

O esquema básico de Jacobi generalizado consiste em reduzir  $\tilde{K}$  e  $\tilde{M}$  à forma diagonal mediante sucessivas pré e pós-multiplicações por matrizes  $\tilde{P}_r^t$  e  $\tilde{P}_r$ , respectivamente, escolhidas de forma que levem  $\tilde{K}_k$  e  $\tilde{M}_k$  cada vez mais à forma diagonal. Chamando  $\tilde{K}_1 = \tilde{K}_k$  e  $\tilde{M}_1 = \tilde{M}_k$ , podemos escrever essas transformações seqüenciais como:

$$\tilde{K}_{r+1} = \tilde{P}_r^t \tilde{K}_r \tilde{P}_r$$

$$\tilde{M}_{r+1} = \tilde{P}_r^t \tilde{M}_r \tilde{P}_r, \quad r = 1, 2, \dots \quad (3.1.20)$$

No limite, teremos:

$$\tilde{K}_{r+1} \rightarrow \text{diag} (K_{ii}) \quad \text{e} \quad \tilde{M}_{r+1} \rightarrow (M_{ii}), \quad \text{quando } r \rightarrow \infty.$$

Chamando  $\ell$  a última iteração efetuada obteremos

$$\tilde{\Lambda} = \text{diag} \left( \frac{K_{ii}}{M_{ii}} \right)_\ell \quad \text{e} \quad \tilde{\Phi} = \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 \dots \tilde{P}_\ell \text{diag} \left( \frac{1}{M_{ii}} \right)_\ell \quad (3.1.21)$$

A matriz  $\tilde{P}_r$  em cada iteração de Jacobi é feita da seguinte forma:

$$\tilde{P}_r = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \alpha & & \\ & & \gamma & & 1 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (q \times q) \quad (3.1.22)$$

tal que os valores  $\alpha$  e  $\gamma$  são determinados afim de que reduzam a zero os elementos  $(i,j)$  de  $\tilde{K}_r$  e  $\tilde{M}_r$ . Fazendo as multiplicações indicadas em (3.1.20), e usando a condição que  $M_{ij}^{(r+1)}$  e  $K_{ij}^{(r+1)}$  devam ser zeros, obtemos o sistema:

$$\alpha K_{ii}^r + (1 + \alpha\gamma) K_{ij}^r + \gamma K_{jj}^r = 0$$

$$\alpha M_{ii}^r + (1 + \alpha\gamma) M_{ij}^r + \gamma M_{ji}^r = 0, \quad (3.1.23)$$

cujas soluções são

$$\alpha = \frac{\bar{K}_{jj}^r}{x} \quad \text{e} \quad \gamma = -\frac{\bar{K}_{ii}^r}{x} \quad (3.1.24)$$

onde

$$\bar{K}_{ii}^r = K_{ii}^r M_{ij}^r - M_{ii}^r K_{ij}^r \quad (3.1.25)$$

e

$$x = \frac{\bar{K}^r}{2} + \frac{\bar{K}^r}{|\bar{K}^r|} \left\{ \left( \frac{\bar{K}^r}{2} \right)^2 + \bar{K}_{ii}^r \bar{K}_{jj}^r \right\}^{1/2} \quad (3.1.26)$$

com

$$\bar{K}^r = K_{ii}^r M_{jj}^r - K_{jj}^r M_{ii}^r \quad (3.1.27)$$

No caso particular de as equações (3.1.23) serem proporcionais, usam-se os valores  $\alpha = 0$  e  $\gamma = -K_{ij}^r / K_{jj}^r$ .

A condição necessária, para utilização do algoritmo é que  $\|P_k\| \neq 0$ . Observando ainda que o método como aqui implementado não está adaptado ao caso em que os operadores  $\underline{K}_k$  e  $\underline{M}_k$  das equações (3.1.16) e (3.1.17) possuem elementos nulos na diagonal, ou seja,  $K_{ii}^r$  e  $M_{ii}^r$  das equações (3.1.23) devem ser não nulos.

É importante notar que embora as transformações sucessivas reduzam os elementos de  $\underline{M}_r$  e  $\underline{K}_r$  a zero, estes elementos tornam-se outra vez não nulos durante as transformações seguintes. Desta forma alguns esquemas têm sido utilizados para decidir qual elemento deve ser reduzido a zero em cada etapa  $r$ .

<sup>13 14</sup> O esquema aqui utilizado é o de percorrer toda a matriz  $\underline{K}_r$ , e  $\underline{M}_r$ , por linhas e aplicar a transformação dada em (3.1.20), apenas se um dos seus elementos for maior em módulo que um valor limite; valor este decrescente cada vez que se percorre as matrizes  $\underline{K}_r$  e  $\underline{M}_r$  (um ciclo). Um apropriado valor para esse limite é dado por uma medida de acoplamento entre os graus de liberdade  $i$  e  $j$  tomado como

$$(K_{ij}^{r^2} / K_{ii}^r K_{jj}^r)^{1/2}, (M_{ij}^{r^2} / M_{ii}^r M_{jj}^r)^{1/2} \leq 10^{-2c}$$

onde  $c$  é o número do ciclo que está sendo executado.

A convergência é medida comparando as aproximações sucessivas, a cada ciclo, dos autovalores e testando se todos os elementos extra-diagonais são suficientemente pequenos. Sendo  $\ell$  a última iteração a convergência é considerada atingida se

$$\left| \frac{K_{ii}^{\ell+1}}{M_{ii}^{\ell+1}} - \frac{K_{ii}^{\ell}}{M_{ii}^{\ell}} \right| < 10^{-s}, \quad i = 1, \dots, q$$

e

$$\left[ \frac{(K_{ii}^{\ell+1})^2}{K_{ii}^{\ell+1} K_{jj}^{\ell+1}} \right]^{1/2}, \quad \left[ \frac{(M_{ij}^{\ell+1})^2}{M_{ii}^{\ell+1} M_{jj}^{\ell+1}} \right]^{1/2} \leq 10^{-s}, \quad \text{para todo}$$

$i, j, i < j$ . Onde  $10^{-s}$  é a tolerância para a convergência.

### 3.2 - RESPOSTA TRANSIENTE

A equação (1.1.13b) quando tomada para descrever um sistema estrutural submetido exclusivamente a movimentos de translação idênticos para todos os suportes pode ser escrita como:

$$\underline{\tilde{M}} (\ddot{\underline{q}} + \ddot{\underline{q}}_s) + \underline{\tilde{C}} \dot{\underline{q}} + \underline{\tilde{K}} \underline{q} = -\underline{\tilde{m}}_s a_s \quad (3.2.1)$$

onde os símbolos ainda não definidos representam:

$a_s$  = aceleração aplicada aos suportes

$\ddot{\underline{q}}_s = \underline{\tilde{r}} a_s$

$\underline{\tilde{r}}$  = vetor de coeficientes de influência

$\underline{m}_s$  = vetor com a soma dos termos da matriz de massa que traduzem o acoplamento entre os graus de liberdade e os suportes igualmente excitados.

Como, geralmente, são poucos os graus de liberdade que possuem acoplamento com os suportes, assumimos aqui que os esforços de inércia,  $-\underline{m}_s \underline{a}_s$ , decorrentes destes acoplamentos sejam desprezíveis.

O vetor  $\underline{r}$  é tal que possui elementos com entrada +1 na posição do grau de liberdade cuja direção está sendo excitada (direção de aplicação de  $\underline{a}_s$ ), e nulo nas demais.

Com as considerações acima a equação (3.2.1) pode ser escrita como

$$\underline{M} \ddot{\underline{q}} + \underline{C} \dot{\underline{q}} + \underline{K} \underline{q} = -\underline{M} \underline{r} \underline{a}_s \quad (3.2.2)$$

Efetuando a mudança de coordenadas indicada pela equação (3.1.5b), e pré-multiplicando pela matriz modal transposta,  $\underline{\Phi}^t$ , a equação (3.2.2) fica:

$$\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} \ddot{\underline{\eta}} + \underline{\Phi}^t \underline{C} \underline{\Phi} \dot{\underline{\eta}} + \underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} \underline{\eta} = -\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{r} \underline{a}_s. \quad (3.2.3)$$

Consideraremos que a matriz  $\underline{C}$  seja tal que a mesma transformação que desacopla  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  também a desacopla, ou seja:

$$\underline{\Phi}^t \underline{C} \underline{\Phi} = \hat{\underline{C}} \quad (3.2.4)$$



onde  $\hat{\tilde{C}}$  é uma matriz diagonal com elementos

$$\hat{C}_{ii} = 2 \xi_i \omega_i; \quad (3.2.5)$$

nesta equação  $\xi_i$  é a percentagem de amortecimento crítico <sup>2 3 4</sup>, e  $\omega_i$  a frequência de vibrações livres não amortecidas, ambas do modo  $i$ .

Com essas considerações, e tendo em vista as equações (3.1.13) e (3.1.14), a equação (3.2.3) representa  $p$  equações independentes, significando que, de acordo com (19), um sistema governado pela equação homogênea associada possuirá modos normais idênticos aos de vibrações livres não amortecidas. As  $p$  equações independentes terão a forma

$$\ddot{\eta}_i + 2 \xi_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = -\Gamma_i a_s \quad (3.2.6)$$

onde  $\Gamma_i$  é o fator de participação modal dado por

$$\Gamma_i = \phi_i^t M \underline{r}. \quad (3.2.7)$$

A solução dessa equação será encontrada mediante um dos dois métodos numéricos a serem descritos no parágrafo 3.4.

Obtidos os valores das coordenadas modais  $\eta_i$ ,  $i = 1, \dots, p$ , a cada tempo  $t$ , os deslocamentos generalizados  $q(t)$  podem ser obtidos através da equação (3.1.5b). Daí em diante segue-se um procedimento idêntico ao do problema estático na obtenção dos esforços, reações e tensões requisitados.

### 3.3 - RESPOSTA ESPECTRAL

A análise de tubulações submetidas a sismos pode ser convenientemente efetuada mediante o conceito de espectro de resposta,<sup>20-24</sup> que além da inerente vantagem sobre a análise através da resposta transiente, quais sejam a de economia computacional e na análise dos resultados, é cercada de grande confiabilidade<sup>22</sup>.

A idéia inicial consiste em efetuar uma transformação de coordenadas na equação (3.2.6) de forma que ela possa representar o movimento de um oscilador simples, viscosamente amortecido, sujeito a uma aceleração de base  $a_s$ . Desta forma, fazendo  $\eta_i = \Gamma_i y_i$ , e levando na equação (3.2.6) obtemos:

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = -a_s \quad (3.3.1)$$

Denominando  $n$  o número total de intervalos de integração e  $t_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , o final de cada intervalo, define-se os valores dos espectros de deslocamentos, velocidades e acelerações como:

$$S_d(\omega_i, \xi_i) = \text{Máx.} \quad |y_i(\omega_i, \xi_i, t_j)| \quad (3.3.2a)$$

$$S_v(\omega_i, \xi_i) = \text{Máx.} \quad |\dot{y}_i(\omega_i, \xi_i, t_j)| \quad (3.3.2b)$$

$$S_a(\omega_i, \xi_i) = \text{Máx.} \quad |\ddot{y}_i(\omega_i, \xi_i, t_j) + a_s(t_j)| \quad (3.3.2c)$$

De posse de qualquer dos valores  $S_d$ ,  $S_v$  ou  $S_a$ , a máxima resposta modal pode ser calculada. No caso de a entrada for o sismo digitado o programa tomará por base para a resposta o valor de  $S_d$  dado pela equação (3.3.2a) obtendo os deslocamentos modais máximos por

$$q_i(\text{máx}) = \phi_i \Gamma_i S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (3.3.3)$$

Os valores dos espectros podem ser lidos diretamente e, nesse caso, assumimos que os valores espectrais guardem entre si a relação

$$S_a(\omega_i, \xi_i) = \omega_i S_v(\omega_i, \xi_i) = \omega_i^2 S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (3.3.4)$$

e os  $q_i(\text{máx})$  serão calculados de acordo com a equação (3.3.3).

Obtidos os deslocamentos modais máximos, os esforços e as tensões modais máximos são a seguir determinados por procedimento idêntico ao estático.

A combinação modal para estimativa da máxima resposta da estrutura pode ser convenientemente efetuada mediante a raiz quadrada da soma dos quadrados (RQSQ, "SRSS") das respostas modais, e isto é efetivamente obtido pelo programa tanto para deslocamentos como para esforços e tensões equivalentes.

### 3.4 - INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DESACOPLADAS

Qualquer das equações (3.2.6) ou (3.3.1) podem ser representadas genericamente por:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2x = -a(t) \quad (3.4.1)$$

Para atingirmos uma solução da equação (3.4.1) suporemos <sup>18 20</sup>  $a(t)$  variando linearmente entre duas etapas de tempo  $i$  e  $i+1$ , ou seja,

$$a_{i+1} = a_i + \frac{\Delta a_i}{\Delta t_i} (t - t_i), \quad t_i \leq t \leq t_{i+1} \quad (3.4.2)$$

onde

$$\Delta a_i = a_{i+1} - a_i \quad (3.4.3)$$

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$$

Assim a equação (3.4.1) pode ser escrita, para o intervalo entre  $t_i$  e  $t_{i+1}$ , como

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2x = -a_i - \frac{\Delta a_i}{\Delta t_i} (t - t_i) \quad (3.4.4)$$

Com a condição de sub-amortecimento ( $\xi < 1$ ) esta equação terá como solução

$$x = e^{-\xi\omega(t-t_i)} \{C_1 \sin \omega_a(t-t_i) + C_2 \cos \omega_a(t-t_i)\} - \frac{a_i}{\omega^2} + \frac{2\xi}{\omega^3} \frac{\Delta a_i}{\Delta t_i} - \frac{1}{\omega^2} \frac{\Delta a_i}{\Delta t_i} (t-t_i) \quad (3.4.5)$$

onde  $\omega_a = \omega(1-\xi^2)^{1/2}$  é a frequência da vibração amortecida, e  $C_1$  e  $C_2$  são constantes de integração.

As constantes  $C_1$  e  $C_2$  podem ser determinadas fazendo  $x = x_i$  e  $\dot{x} = \dot{x}_i$ , em  $t = t_i$ , na equação (3.4.5), o que nos dá

$$C_1 = \frac{1}{\omega_a} (\xi \omega x_i + \dot{x}_i - \frac{2\xi^2 - 1}{\omega^2} \frac{\Delta a_i}{\Delta t_i} + \frac{\xi}{\omega} a_i)$$

$$C_2 = x_i - \frac{2\xi}{\omega^3} \frac{\Delta a_i}{\Delta t_i} + \frac{a_i}{\omega^2}$$

Substituindo esses valores na equação (3.4.5), os valores para  $x = x_{i+1}$  e  $\dot{x} = \dot{x}_{i+1}$ , em  $t = t_{i+1}$ , podem ser escritos como

$$\tilde{x}_{i+1} = \tilde{A}(\xi, \omega, \Delta t_i) \tilde{x}_i + \tilde{B}(\xi, \omega, \Delta t_i) \tilde{a}_i \quad (3.4.6a)$$

onde

$$\tilde{x}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \end{bmatrix}, \quad \tilde{a}_i = \begin{bmatrix} a_i \\ a_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3.4.6b)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix},$$

com os elementos de  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  dados por

$$a_{11} = e^{-\xi \omega \Delta t_i} \left( \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_a \Delta t_i + \cos \omega_a \Delta t_i \right)$$

$$a_{12} = \frac{e^{-\xi\omega\Delta t_i}}{\omega_a} \text{sen } \omega_a \Delta t_i$$

$$a_{21} = \frac{-\omega}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega\Delta t_i} \text{sen } \omega_a \Delta t_i$$

$$a_{22} = e^{-\xi\omega\Delta t_i} \left( \cos \omega_a \Delta t_i - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen } \omega_a \Delta t_i \right)$$

$$b_{11} = e^{-\xi\omega\Delta t_i} \left\{ \left( \frac{2\xi^2-1}{\omega^2\Delta t_i} + \frac{\xi}{\omega} \right) \frac{\text{sen } \omega_a \Delta t_i}{\omega_a} + \right. \\ \left. \left( \frac{2\xi}{\omega^3\Delta t_i} + \frac{1}{\omega^2} \right) \cos \omega_a \Delta t_i \right\} - \frac{2\xi}{\omega^3\Delta t_i}$$

$$b_{12} = -e^{-\xi\omega\Delta t_i} \left\{ \left( \frac{2\xi^2-1}{\omega^2\Delta t_i} \right) \frac{\text{sen } \omega_a \Delta t_i}{\omega_a} + \frac{2\xi}{\omega^3\Delta t_i} \right. \\ \left. \cos \omega_a \Delta t_i \right\} - \frac{1}{\omega^2} + \frac{2\xi}{\omega^3\Delta t_i} \quad (3.4.6c)$$

$$b_{21} = e^{-\xi\omega\Delta t_i} \left\{ \left( \frac{2\xi^2-1}{\omega^2\Delta t_i} + \frac{\xi}{\omega} \right) \left( \cos \omega_a \Delta t_i - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen } \omega_a \Delta t_i \right) - \left( \frac{2\xi}{\omega^3\Delta t_i} + \frac{1}{\omega^2} \right) \right. \\ \left. \left( \omega_a \text{sen } \omega_a \Delta t_i + \xi\omega \cos \omega_a \Delta t_i \right) \right\} + \frac{1}{\omega^2\Delta t_i}$$

$$b_{22} = -e^{-\xi\omega\Delta t_i} \left\{ \frac{2\xi^2-1}{\omega^2\Delta t_i} \left( \cos \omega_a \Delta t_i - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen } \omega_a \Delta t_i \right) - \frac{2\xi}{\omega^3\Delta t_i} \left( \omega_a \text{sen } \omega_a \Delta t_i + \right. \right. \\ \left. \left. \xi\omega \cos \omega_a \Delta t_i \right) \right\} - \frac{1}{\omega^2\Delta t_i}$$

No caso de a equação (3.4.1) corresponder à equação (3.3.1) os valores das acelerações absolutas modais são dadas por:

$$\ddot{z}_i = \ddot{x}_i + a_i = - (2\xi\omega\dot{x}_i + \omega^2 x_i) \quad (3.4.7)$$

Conhecidos portanto  $x_0$  e  $\dot{x}_0$  no tempo inicial  $t_0$  (para cada modo), o estado do sistema em todos os tempos subsequentes pode ser obtido por aplicação passo a passo das equações (3.4.6) e (3.4.7).

Este método foi implementado supondo  $\Delta t_i$  constante, de modo que as matrizes  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$  precisam ser determinadas apenas uma para cada modo de vibração. Observando as equações (3.4.6) e (3.4.7) podemos notar que os valores de  $x$ ,  $\dot{x}$  e  $\ddot{z}$ , uma vez determinadas  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$ , podem ser obtidos efetuando apenas dez multiplicações para cada etapa de integração  $\Delta\tau_i \leq \Delta t_i$ . É interessante observar também que a única aproximação do método é a de supor que a aceleração do sismo varia linearmente dentro de cada intervalo  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ .

Na obtenção da resposta espectral este método encontra-se implementado com o intervalo de integração do modo  $i$ ,  $\Delta\tau_i$ , igual ao menor dos valores entre  $T_i/10$  e  $\Delta t$ , onde  $T_i$  é o período de vibração do modo  $i$  e  $\Delta t$  o intervalo de discretização do sismo. Isto devido ao fato de a máxima resposta modal ocasionalmente ocorrer dentro do intervalo compreendido entre os instantes  $t_i$  e  $t_{i+1}$ . Com  $\Delta\tau_i$  assim tomado, observa-se <sup>20</sup> que o erro no cômputo do espectro provavelmente será inferior ao que se obtém geralmente ao se digitar um sismo. Para a resposta transiente,

$\Delta\tau$  é feito igual ao intervalo de discretização do sismo.

Foi implementado também o método de Newmark na sua forma aplicável à equação desacoplada (3.4.1). Para desenvolvimento do método expandimos  $x_{i+1}$  e  $\dot{x}_{i+1}$  em série de Taylor:

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \Delta t_i + \ddot{x}_i \Delta t_i^2 / 2 + \ddot{\ddot{x}}_i \Delta t_i^3 / 6 + \dots \quad (3.4.9)$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \ddot{x}_i \Delta t_i + \ddot{\ddot{x}}_i \Delta t_i^2 / 2 + \dots$$

que, para variações suficientemente suaves dessas funções, podem ser escritas como:

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \Delta t_i + \hat{\ddot{x}} \Delta t_i^2 / 2 \quad (3.4.10)$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \hat{\ddot{\ddot{x}}} \Delta t_i$$

onde  $\hat{\ddot{x}}$  e  $\hat{\ddot{\ddot{x}}}$  representam algum valor intermediário entre  $\ddot{x}_i$  e  $\ddot{\ddot{x}}_{i+1}$ . Desta forma podemos escrever

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \Delta t_i + (1-2\alpha) \ddot{x}_i \Delta t_i^2 / 2 + 2\alpha \ddot{\ddot{x}}_{i+1} \Delta t_i^2 / 2, \quad 0 \leq 2\alpha \leq 1 \quad (3.4.11)$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + (1-\delta) \ddot{\ddot{x}}_i \Delta t_i + \delta \ddot{\ddot{\ddot{x}}}_{i+1} \Delta t_i, \quad ,$$

$$0 \leq \delta \leq 1$$



Escrevendo a equação (3.4.1) para a etapa  $i+1$ :

$$\ddot{x}_{i+1} + 2\xi\omega\dot{x}_{i+1} + \omega^2 x_{i+1} = -a_{i+1}, \quad (3.4.12)$$

e, conhecidos  $x_i$ ,  $\dot{x}_i$  e  $\ddot{x}_i$  na etapa  $i$ ,  $x_{i+1}$ ,  $\dot{x}_{i+1}$  e  $\ddot{x}_{i+1}$  podem ser determinados na etapa  $i+1$ , por aplicação das equações (3.4.11) e (3.4.12). Convém, no entanto, dar forma mais conveniente àquelles valores. Para isto explicita-se  $\ddot{x}_{i+1}$  na primeira das equações (3.4.11) obtendo:

$$\ddot{x}_{i+1} = \frac{1}{\alpha\Delta t_i^2} (x_{i+1} - x_i - \dot{x}_i \Delta t_i - (1-2\alpha)\ddot{x}_i \Delta t_i^2/2) \quad (3.4.13)$$

Levando em seguida a segunda das equações (3.4.11) em (3.4.12), explicitando  $x_{i+1}$  e tendo em conta (3.4.13) obtemos:

$$x_{i+1} = \hat{c}/\hat{k} \quad (3.4.14)$$

onde

$$\begin{aligned} \hat{c} = & -a_{i+1} + c_0 x_i + c_2 \dot{x}_i + c_3 \ddot{x}_i + 2\xi\omega \\ & (c_1 x_i + c_4 \dot{x}_i + c_5 \ddot{x}_i) \end{aligned} \quad (3.4.14a)$$

e

$$\hat{k} = \omega^2 + c_0 + 2\xi\omega c_1 \quad (3.4.14b)$$

onde

$$c_0 = 1/(\alpha \Delta t_i^2); c_1 = \delta/(\alpha \Delta t_i); c_2 = 1/(\alpha \Delta t_i) \quad (3.4.14b)$$

$$c_3 = 1/(2\alpha) - 1; c_4 = \delta/\alpha - 1; c_5 = \Delta t_i/2 (\delta/\alpha - 2).$$

Com essas constantes, a equação (3.4.13) pode ser escrita

$$\ddot{x}_{i+1} = c_0(x_{i+1} - x_i) - c_2 \dot{x}_i - c_3 \ddot{x}_i \quad (3.4.15)$$

e a segunda das equações (3.4.11) como

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + c_6 \ddot{x}_i + c_7 \ddot{x}_{i+1} \quad (3.4.16a)$$

onde

$$c_6 = \Delta t_i (1 - \delta); c_7 = \delta \Delta t_i \quad (3.4.16b)$$

Assim, calculadas as constantes  $c_j$ ,  $j = 0, \dots, 7$ , por aplicação passo a passo das equações (3.4.14) a (3.4.16),  $x_{i+1}$ ,  $\dot{x}_{i+1}$  e  $\ddot{x}_{i+1}$  podem ser determinados com o conhecimento de  $x_i$ ,  $\dot{x}_i$  e  $\ddot{x}_i$ .

Newmark originariamente propôs como um esquema de integração incondicionalmente estável o uso de  $\delta=1/2$  e  $\alpha=1/4$ , os quais correspondem a considerar  $\ddot{x}$  constante a cada intervalo e igual ao valor médio de  $\ddot{x}_i$  e  $\ddot{x}_{i+1}$ . Estes valores têm sido os realmente aqui utilizados na execução de exemplos.

Para a obtenção da resposta modal máxima usamos também  $\Delta t_i$  igual ao menor dos valores  $T_i/10$  e  $\Delta t$ . Enquanto que para a resposta transiente o método encontra-se implementado de

tal forma que é escolhido um único intervalo de integração,  $\Delta\tau$ , para todos os modos, e tomado dentre o menor dos valores  $T_p/10$  e  $\Delta t$ .

#### IV - COMPONENTES LOCAIS

##### 4.1 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA E TRANSFORMAÇÕES DE COORDENADAS

Além do sistema de referência cartesiano ortogonal e direto XYZ, utilizado para descrição da estrutura, devemos também eleger sistemas locais para a descrição dos elementos componentes da tubulação.

Em primeiro lugar, cumpre-nos esclarecer que na análise automática do peso próprio assumiremos que o eixo Y está rá orientado em direção e sentido contrário à força peso.

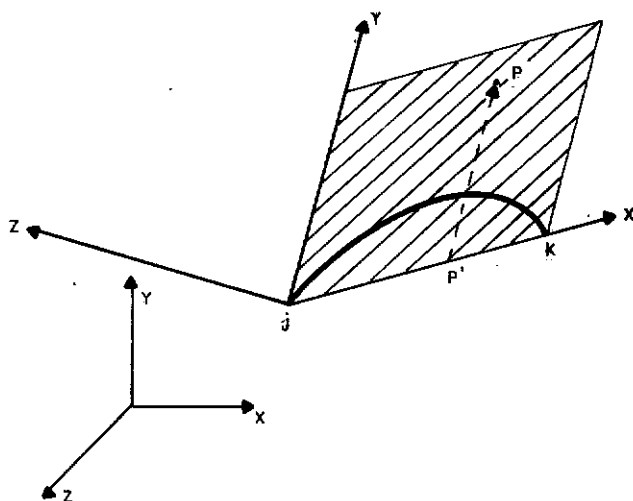
Para cada elemento, de eixo reto ou curvo, definiremos um sistema cartesiano ortogonal e direto xyz, com origem na extremidade j,  $j < k$ , e com o eixo x dirigido à extremidade k.

No caso de elementos de eixo reto, o eixo z será tomado perpendicular aos eixos x e Y, de tal forma que o sistema xyz seja direto. Para os casos que o elemento reto seja paralelo ao eixo Y, o eixo z será então tomado paralelo e de mesmo sentido que o Z.

No caso de elementos de eixo curvo, o sistema local xyz será definido de tal forma que contenha o elemento em seu primeiro quadrante. Para isso deve-se fornecer as coordenadas no sistema XYZ de um ponto P contido no primeiro ou no segundo quadrantes (y positivo) do plano xy. Esse ponto P somente não será necessário nos casos particulares que, além de satisfazerem a condição imposta ao elemento curvo, resultarem também preenchidas as condições impostas ao sistema local correspondente ao elemento reto. De uma maneira geral, sempre pode ser fornecido o ponto P.

Na eventualidade de o usuário desejar para sua conveniência uma inclinação diferente para o plano  $xy$  do elemento reto daquela já estabelecida, poderá fornecer o ponto  $P$  para o elemento em questão.

Portanto, para fixar idêias, o ponto  $P$  sempre definir $\tilde{a}$  o plano  $xy$  da seguinte forma: sendo  $P'$  o pé da perpendicular baixada do ponto  $P$  ao eixo  $x$ , o eixo  $y$  terá a mesma direção e o mesmo sentido que o vetor  $\vec{P'P}$ , conforme a Figura (4.1.1).



FIGURA(4.1.1)

Definidos os sistemas  $XYZ$  e  $xyz$ , e chamando  $\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{12}$  e  $\gamma_{13}$  os co-senos diretores do eixo  $x$  em relação aos eixos  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente, e, identicamente,  $\gamma_{21}$ ,  $\gamma_{22}$  e  $\gamma_{23}$  para o eixo  $y$  e  $\gamma_{31}$ ,  $\gamma_{32}$  e  $\gamma_{33}$  para o eixo  $z$ , qualquer vetor  $\underline{v}$  definido pelas suas coordenadas em  $XYZ$  pode também ser definido pelas suas coordenadas em  $xyz$  mediante a transformação

$$\underline{v} = \underline{R} \underline{V} \quad (4.1.1a)$$

onde  $\underline{R}$  é a matriz de rotação do sistema global para o local, cu-

jas linhas são os co-senos diretores dos eixos  $x, y$  e  $z$ , respectivamente, ou seja:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix}. \quad (4.1.1b)$$

Desta forma  $\tilde{R}^i$  (equação (2.1.5)) será:

$$\tilde{R}^i = \begin{bmatrix} \tilde{R} & & 0 \\ & \tilde{R} & \\ 0 & & \tilde{R} \\ & & & \tilde{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_{\tilde{j}}^i & 0 \\ 0 & \tilde{R}_{\tilde{k}}^i \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

onde temos, como já informado,  $\tilde{R}_{\tilde{j}}^i = \tilde{R}_{\tilde{k}}^i$ .

## 4.2 - MATRIZES DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS

### 4.2.1 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO DE EIXO RETO

Na Figura (4.2.1) encontra-se representado o elemento de tubo reto com seis graus de liberdade por nó, aos quais estão associados seus correspondentes deslocamentos  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, 12$ , (translações e rotações) e esforços  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, 12$ , (forças e momentos), generalizados, orientados de conformidade com o seu sistema de eixos cartesianos ortogonais como indicado. Assumimos que o elemento possua seção transversal circular e propriedades do material que o compõe constantes.

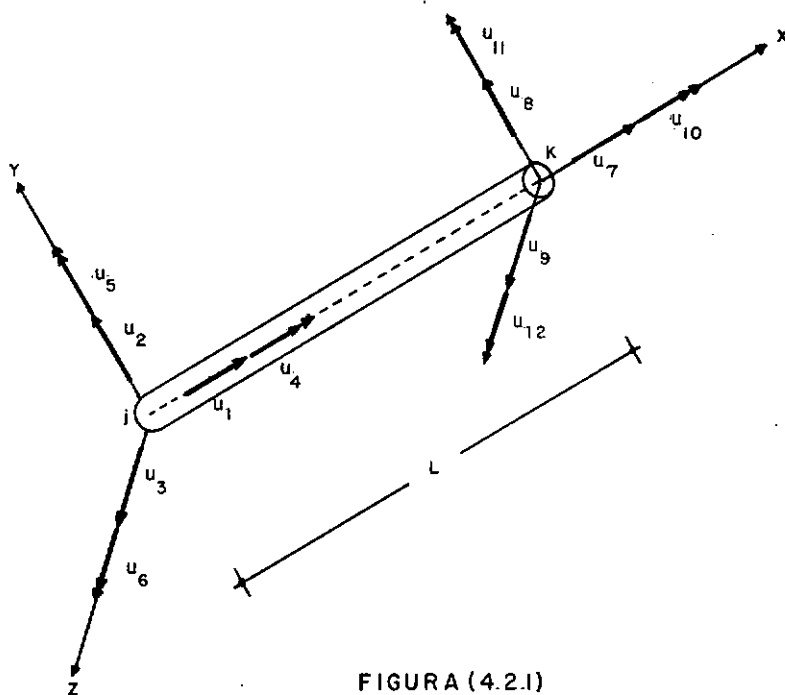


FIGURA (4.2.1)

Seja a equação (2.1.1a) aplicada ao elemento reto sem cargas externas atuantes que não sejam as de suas extremidades:

$$\underline{p} = \underline{k} \underline{u} \quad (4.2.1)$$

Por desenvolvimento dessa equação podemos verificar que cada coeficiente  $k_{ij}$  que associa cada esforço nodal no elemento,  $p_i$ , ao deslocamento  $u_j$  pode ser obtido aplicando  $u_j = 1$ , com todos os demais nulos, e computando o esforço de corrente  $p_i = k_{ij} \times 1$ . A matriz de rigidez  $\underline{k}$  assim obtida é reproduzida na Tabela (4.2.1) onde se inclui as deformações produzidas por esforços normais, de torsão, de flexão e cortantes.

k =

$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
$\frac{EI}{1+2g} \frac{12}{L^3}$	0	0	0	$\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$	0	$-\frac{EI}{1+2g} \frac{12}{L^3}$	0	0	0	$\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^3}$	
$\frac{EI}{1+2g} \frac{12}{L^3}$	0	$-\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$	0	0	0	$-\frac{EI}{1+2g} \frac{12}{L^3}$	0	$-\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$	0	0	
$\frac{GI}{L} p$	0	0	0	0	0	$-\frac{GI}{L} p$	0	0	0	0	
	$\frac{EI}{1+2g} \frac{4}{L} (1+\frac{g}{2})$	0	0	0	$\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$	0	$\frac{EI}{1+2g} \frac{2}{L} (1-g)$	0		0	
		$\frac{EI}{1+2g} \frac{4}{L} (1+\frac{g}{2})$	0	$-\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$	0	0	0	$\frac{EI}{1+2g} \frac{2}{L} (1-g)$		0	
			$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0		0	
				$\frac{EI}{1+2g} \frac{12}{L^3}$	0	0	0	$-\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$		0	
					$\frac{EI}{1+2g} \frac{12}{L^3}$	0	$\frac{EI}{1+2g} \frac{6}{L^2}$	0		0	
						$\frac{GI}{L} p$	0	0		0	
$(g = \frac{6f_c EI}{GA_x L^2})$							$\frac{EI}{1+2g} \frac{4}{L} (1+\frac{g}{2})$	0			
								$\frac{EI}{1+2g} \frac{4}{L} (1+\frac{g}{2})$			

Simétrica

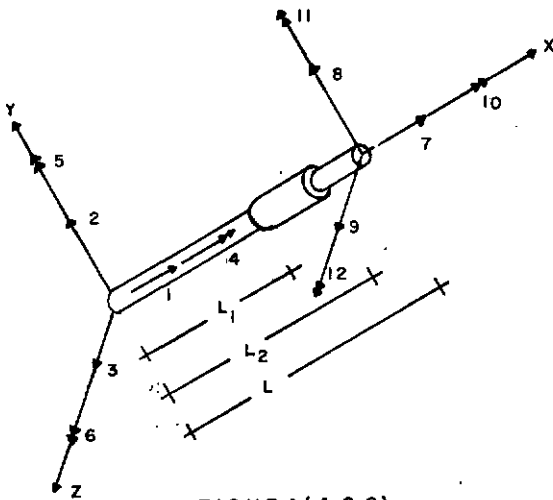
Tabela (4.2.1)



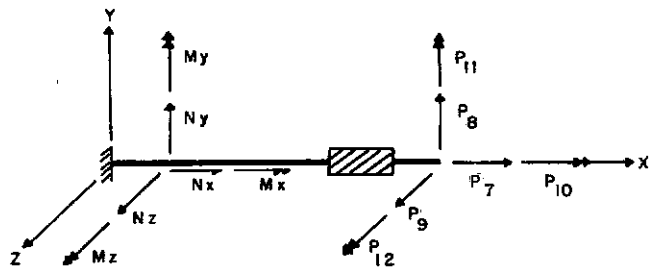
#### 4.2.2 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO RETO COM TRECHO RÍGIDO

Uma variante para o elemento reto é permitida, para o qual se considera existir um trecho  $L_2-L_1$  de rigidez suficientemente alta para que possamos considerá-la infinita em relação ao resto do elemento. Um esquema desse elemento encontra-se na Figura (4.2.2).

Para determinar a matriz de rigidez  $\underline{k}$  desse elemento parece-nos mais conveniente encontrar primeiro a matriz de flexibilidade da extremidade  $\underline{k}$ , que chamaremos de  $\underline{f}_{kk}$ , e obter  $\underline{k}$  a partir dessa matriz.



FIGURA(4.2.2)



FIGURA(4.2.3)

Seja portanto o elemento da Figura (4.2.3) onde  $\underline{u}_j = \underline{0}$ . Aplicando a equação (2.1.1b) podemos escrever

$$\underline{p}_k = \underline{k}_{kk} \underline{u}_k \quad , \quad (4.2.2)$$

que pode também ser escrita como

$$\underline{u}_k = \underline{f}_{kk} \underline{p}_k \quad (4.2.3)$$

onde

$$f_{kk} = k_{kk}^{-1} \quad (4.2.4)$$

Da equação (4.1.3) segue que

$$f_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial p_j} \quad i, j = 7, \dots, 12 \quad (4.2.5)$$

Por outro lado, o segundo teorema de Castigliano declara que para materiais elástico-lineares:

$$u_i = \frac{\partial U}{\partial p_i} \quad (4.2.6)$$

Tendo em vista a equação (4.2.5) podemos escrever

$$f_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial p_i \partial p_j} \quad (4.2.7)$$

A energia de deformação para o elemento pode ser escrita como:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_1} \left( \frac{N_x^2}{EA_x} + \frac{N_y^2 + N_z^2}{GA_r} + \frac{M_x^2}{GI_p} + \frac{M_y^2 + M_z^2}{EI} \right) dx + \quad (4.2.8)$$

$$\frac{1}{2} \int_{L_2}^L \left( \frac{N_x^2}{EA_x} + \frac{N_y^2 + N_z^2}{GA_r} + \frac{M_x^2}{GI_p} + \frac{M_y^2 + M_z^2}{EI} \right) dx$$

onde, por condições de equilíbrio podemos escrever

$$\begin{aligned} N_x &= p_7 ; & M_x &= p_{10}; \\ N_y &= p_8 ; & M_y &= p_{11} - p_9 (L-x); \\ N_z &= p_9 ; & M_z &= (L-x)p_8 + p_{12}. \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

Levando (4.2.9) em (4.2.8) e aplicando a equação (4.2.7) obtemos

$$\begin{aligned}
 f_{7,7} &= \frac{a}{EA_x} ; & f_{9,9} &= \frac{c}{EI} + \frac{a}{GA_r} ; \\
 f_{8,8} &= \frac{c}{EI} + \frac{a}{GA_r} ; & f_{9,11} &= -\frac{b}{EI} ; \\
 f_{8,12} &= \frac{b}{EI} ; & f_{10,10} &= \frac{a}{GI_p} ; \\
 f_{12,12} &= \frac{a}{EI} ; & f_{11,11} &= \frac{a}{EI} ;
 \end{aligned}
 \tag{4.2.10a}$$

com  $f_{ij} = f_{ji}$  e demais não apresentados nulos; nessas expressões temos:

$$\begin{aligned}
 a &= \{L - (L-L_1) + (L-L_2)\}/1 \\
 b &= \{L^2 - (L-L_1)^2 + (L-L_2)^2\}/2 \\
 c &= \{L^3 - (L-L_1)^3 + (L-L_2)^3\}/3.
 \end{aligned}
 \tag{4.2.10b}$$

Montando a matriz  $\underline{f}_{kk}$  e tendo em vista a equação (4.2.4) a matriz  $\underline{k}_{kk}$  pode ser encontrada por inversão de  $\underline{f}_{kk}$ . A submatriz  $\underline{k}_{jk}$  se obtém por equilíbrio. Enquanto  $\underline{k}_{kj} = \underline{k}_{jk}^t$ , tendo em vista a simetria de  $\underline{k}$ . Por fim  $\underline{k}_{jj}$  é obtida por equilíbrio a partir de  $\underline{k}_{kj}$ . Isso feito temos encontrado  $\underline{k}$  completamente, que encontra-se na Tabela (4.2.2), onde:

$$g = \frac{f_c EI}{GA_x} ; \quad d = c - \frac{b^2}{a} + ag ; \quad e = \frac{EI}{d} . \tag{4.2.11}$$

$$\tilde{k} = \begin{bmatrix}
 \frac{EA_x}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 e & 0 & 0 & 0 & (L - \frac{b}{a})e & 0 & -e & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{a}e \\
 e & 0 & - (L - \frac{b}{a})e & 0 & 0 & 0 & 0 & -e & 0 & -\frac{b}{a}e & 0 \\
 \frac{GI_p}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_p}{a} & 0 & 0 & 0 \\
 (L^2 + \frac{c-2bL}{a} + g)e & 0 & 0 & 0 & (L - \frac{b}{a})e & 0 & (\frac{bL-c}{a} - g)e & 0 \\
 (L^2 + \frac{c-2bL}{a} + g)e & 0 & -(L - \frac{b}{a})e & 0 & 0 & 0 & 0 & (\frac{bL-c}{a} - g)e \\
 & \frac{EA_x}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b}{a}e \\
 & & e & 0 & \frac{b}{a}e & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \frac{GI_p}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & (\frac{c}{a} + g)e & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & (\frac{c}{a} + g)e & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

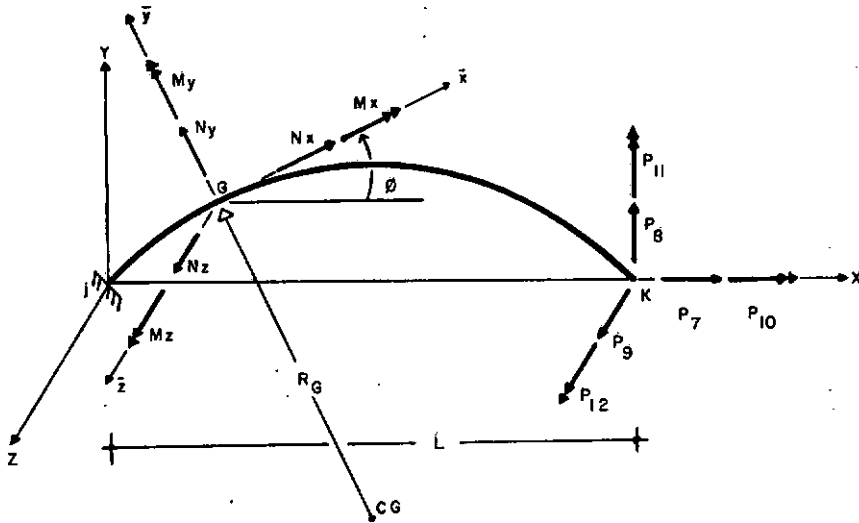
Simétrica

Tabela (4.2.2)

#### 4.2.3 - MATRIZ DE RIGIDEZ PARA O ELEMENTO CURVO

Para obtenção da matriz de rigidez de um elemento arbitrariamente curvo em um plano é mais conveniente, como na seção anterior, obtermos primeiro  $f_{kk}$ .

Seja para isso o elemento curvo contido no seu plano xy conforme Figura (4.2.4). Nesse elemento,  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  e  $\bar{z}$  são eixos cartesianos respectivamente tangente e normais à curva definida pelo eixo do elemento.



FIGURA(4.2.4)

Os esforços em uma seção qualquer G de ângulo  $\phi$  entre  $\bar{x}$  e x podem ser escritos:

$$N_x = p_7 \cos \phi + p_8 \sin \phi$$

$$N_y = -p_7 \sin \phi + p_8 \cos \phi$$

$$N_z = p_9$$

(4.2.12)

$$M_x = -p_9 \{y \cos \phi + (L-x) \sin \phi\} + p_{10} \cos \phi + p_{11} \sin \phi$$

$$M_y = p_9 \{y \sin \phi - (L-x) \cos \phi\} - p_{10} \sin \phi + p_{11} \cos \phi$$

$$M_z = p_7 y + p_8 (L-x) + p_{12}$$

A energia de deformação do elemento será

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{S_k} \left( \frac{N_x^2}{EA_x} + \frac{N_y^2 + N_z^2}{GA_r} + \frac{M_x^2}{GI_p} + \frac{f_g M_y^2 + f_p M_z^2}{EI} \right) ds \quad (4.2.13)$$

onde  $f_g$  e  $f_p$  são fatores de flexibilidade <sup>11 12 26 27 28</sup> que objetivam levar em conta a redução fictícia de rigidez <sup>27</sup> que sofre a seção de um tubo quando submetido a momentos em suas extremidades, sobre os quais comentaremos em seção posterior.  $S_k$  é o comprimento total do elemento medido ao longo do seu eixo.

Substituindo as expressões de (4.2.12) em (4.2.13), tendo em conta que  $ds = dx/\cos \phi$ , e aplicando novamente (4.2.7) obtemos a matriz de flexibilidade  $f_{kk}$ , de coeficientes abaixo, onde temos  $f_{ij} = f_{ji}$ , e demais não apresentados nulos:

$$f_{7,7} = \int_0^L \left( \frac{\cos \phi}{EA_x} + \frac{\sin^2 \phi}{GA_r \cos \phi} + \frac{f_p y^2}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{7,8} = \int_0^L \left( \frac{\sin \phi}{EA_x} - \frac{\sin \phi}{GA_r} + \frac{f_p (L-x)y}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{7,12} = \int_0^L \left( \frac{f_p y}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{8,8} = \int_0^L \left( \frac{\sin^2 \phi}{EA_x \cos \phi} + \frac{\cos \phi}{GA_r} + \frac{f_p (L-x)^2}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{8,12} = \int_0^L \left( \frac{f_p (L-x)}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{12,12} = \int_0^L \left( \frac{f_p}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{9,9} = \int_0^L \left( \frac{\{(L-x) \sin \phi + y \cos \phi\}^2}{GI_p \cos \phi} + \right. \\ \left. \frac{f_g \{(L-x) \cos \phi - y \sin \phi\}^2}{EI \cos \phi} + \frac{1}{GA_r \cos \phi} \right) dx \quad (4.2.14)$$

$$f_{9,10} = \int_0^L \left( \frac{-\{(L-x) \sin \phi + y \cos \phi\}}{GI_p} + \right. \\ \left. \frac{f_g \{(L-x) \cos \phi - y \sin \phi\} \sin \phi}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{9,11} = \int_0^L \left( -\frac{\{(L-x) \sin \phi + y \cos \phi\} \sin \phi}{GI_p \cos \phi} - \right. \\ \left. \frac{f_g \{(L-x) \cos \phi - y \sin \phi\}}{EI} \right) dx$$

$$f_{10,10} = \int_0^L \left( \frac{\cos \phi}{GI_p} + \frac{f_g \sin^2 \phi}{EI \cos \phi} \right) dx$$

$$f_{10,11} = \int_0^L \left( \frac{\sin \phi}{GI_p} - \frac{f_g \sin \phi}{EI} \right) dx$$





Seja o elemento curvo circular da Figura (4.2.5) onde se tem fixado a extremidade  $j$  e liberado a extremidade  $k$ . Seja  $\Phi$  ângulo interno que subtende o arco de comprimento  $S_k$ , e raio  $R$ . Temos as seguintes relações:

$$x = R(\sin \frac{\Phi}{2} - \sin \phi)$$

$$y = R(\cos \phi - \cos \frac{\Phi}{2})$$

(4.2.15)

$$L = 2R \sin \frac{\Phi}{2}$$

$$dx = -R \cos \phi d\phi.$$

Levando estas expressões às expressões de (4.2.14) e integrando, agora com os limites  $-\Phi/2$  e  $\Phi/2$ , obtemos:

$$f_{7,7} = \frac{R(\Phi + \sin \Phi)}{2EA_x} + \frac{R(\Phi - \sin \Phi)}{2GA_r} +$$

$$\frac{f_p R^3 (\Phi + 2\Phi \cos^2 \Phi/2 - 3 \sin \Phi)}{2EI}$$

$$f_{7,8} = \frac{f_p R^3 (4 \sin^2 \Phi/2 - \Phi \sin \Phi)}{2EI}$$

$$f_{7,12} = \frac{f_p R^2 (4 \sin^2 \Phi/2 - \Phi \sin \Phi)}{2EI}$$

$$f_{8,8} = \frac{R(\Phi - \sin \Phi)}{2EA_x} + \frac{R(\Phi + \sin \Phi)}{2GA_r} +$$

$$\frac{f_p R^3 (\Phi + 2\Phi \sin^2 \Phi/2 - \sin \Phi)}{2EI}$$

$$f_{8,12} = \frac{f_p R^2 \phi \operatorname{sen} \phi / 2}{EI}$$

$$f_{12,12} = \frac{f_p R \phi}{EI}$$

$$f_{9,9} = \frac{R^3 (3 \phi + \operatorname{sen} \phi \cos \phi - 4 \operatorname{sen} \phi)}{2GI_p} +$$

$$\frac{f_p R^3 (\phi - \operatorname{sen} \phi \cos \phi)}{2EI} + \frac{R \phi}{GA_r}$$

$$f_{9,10} = \frac{-R^2 (4 \operatorname{sen} \phi / 2 - \cos \phi / 2 (\phi + \operatorname{sen} \phi))}{2GI_p} +$$

(4.2.16)

$$\frac{f_p R^2 \cos \phi / 2 (\phi - \operatorname{sen} \phi)}{2EI}$$

$$f_{9,11} = \frac{-R^2 \operatorname{sen} \phi / 2 (\phi - \operatorname{sen} \phi)}{2GI_p} -$$

$$\frac{f_g R^2 \operatorname{sen} \phi / 2 (\phi + \operatorname{sen} \phi)}{2EI}$$

$$f_{10,10} = \frac{R (\phi + \operatorname{sen} \phi)}{2GI_p} + \frac{f_p R (\phi - \operatorname{sen} \phi)}{2EI}$$

$$f_{10,11} = 0.$$

$$f_{11,11} = \frac{R (\phi - \operatorname{sen} \phi)}{2GI_p} + \frac{f_p R (\phi + \operatorname{sen} \phi)}{2EI}$$

## 4.2.5 - ELEMENTOS CURVOS EM GOMOS

Para algumas tubulações de pressões e temperaturas moderadas não raro utilizam-se curvas em gomos para mudanças de direção. Desde que não se exija uma análise mais rigorosa elas podem ser analisadas como elementos curvos circulares definindo-se um raio equivalente, e procedendo-se a uma conseqüente alteração no coeficiente de flexibilidade.

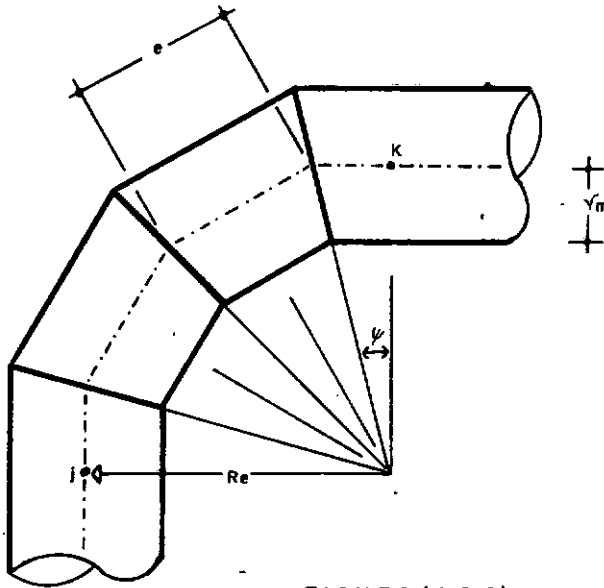


FIGURA (4.2.6)

Na Figura (4.2.6) temos uma possível curva em gomos. Nesse caso o raio equivalente será definido como

$$R_e = \frac{1}{2} e \cotg \psi ; \quad \text{para } \frac{e}{r_m} - \tg \psi < 1 \quad (4.2.17a)$$

onde  $e$  é o espaçamento dos gomos e  $\psi$  o ângulo dos gomos definido conforme a Figura. Quando existe um único gomo ou quando o espaçamento torna-se grande, a definição dada em (4.2.17a) torna-se

inadequada, sugerindo-se <sup>12</sup> então um valor empírico dado por

$$R_e = \frac{1}{2} r_m (1 + \cotg \psi); \text{ para } \frac{e}{r_m} - \tg \psi > 1$$

(4.2.17b)

onde  $r_m$  é o raio médio do tubo.

Na Figura (4.2.6) indicamos ainda as posições das juntas j e k por onde deve passar o eixo x do sistema local xyz.

Definido o raio  $R_e$ , o elemento é então analisado como curvo circular com os fatores de flexibilidade modificados convenientemente conforme veremos em seção posterior. No programa devem ser fornecidos apenas e e  $\psi$ , com os quais  $R_e$  será automaticamente calculado.

#### 4.3 - MATRIZ DE MASSA DOS ELEMENTOS

No desenvolvimento que se segue para obtenção da matriz de massa dos elementos reto e curvo circular desprezamos a deformação por cortante.

##### 4.3.1 - MATRIZ DE MASSA PARA O ELEMENTO RETO

O procedimento de obtenção da matriz de massa do elemento reto será aqui revisto com o objetivo de procedermos de maneira um tanto quanto semelhante na obtenção da matriz de massa a ser utilizada para o elemento curvo circular na seção seguinte.

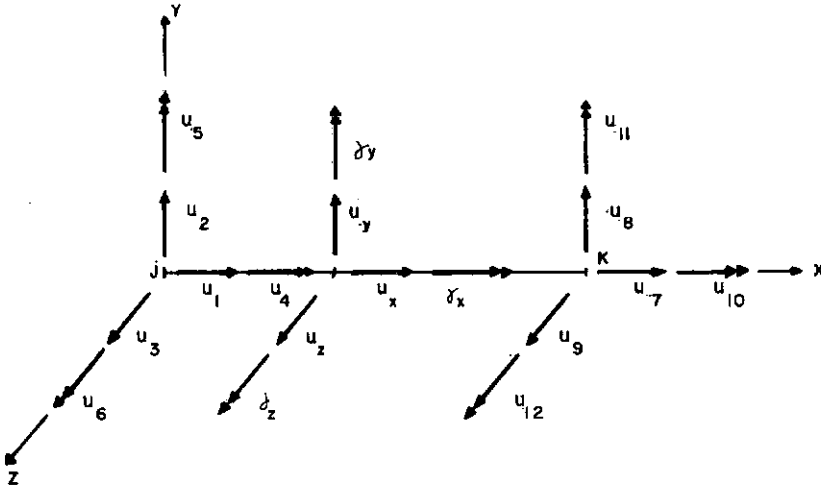


FIGURA (4.3.1)

A partir das equações diferenciais de um elemento infinitesimal em equilíbrio estático pode-se mostrar que os deslocamentos em qualquer ponto no interior do elemento (vide Figura 4.3.1) podem ser escritos como

$$\underline{\underline{d}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.3.1)$$

onde  $\underline{\underline{d}}^t = \{u_x, u_y, u_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z\}$  e  $\underline{\underline{\alpha}}$  são constantes de integração  $\alpha_i$ ,  $i=1, \dots, 12$ . Enquanto que a matriz  $\underline{\underline{B}}$ , como se sabe, possui coeficientes monomiais que interpolam, respectivamente,  $u_x$  e  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  e  $\gamma_z$ , e  $u_y$  e  $u_z$ , linear, quadrático e cubicamente em  $x$ , a partir dos  $\alpha_i$ .

Se especificarmos (4.3.1) para os pontos nodais teremos

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{X}} \underline{\underline{\alpha}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{B}}_j \\ \vdots \\ \underline{\underline{B}}_k \end{bmatrix} \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.3.2)$$

onde  $\underline{\underline{B}}_j = \underline{\underline{B}}(x=0)$  e  $\underline{\underline{B}}_k = \underline{\underline{B}}(x=L)$ . A partir de (4.3.2) os  $\underline{\underline{\alpha}}$  podem

ser determinados:

$$\underline{\alpha} = \underline{X}^{-1} \underline{u} \quad (4.3.3)$$

Levando (4.3.3) em (4.3.1) teremos

$$\underline{d} = \underline{B} \underline{X}^{-1} \underline{u} = \underline{N} \underline{u} \quad (4.3.4)$$

onde  $\underline{N}$  é uma matriz composta por polinômios de Hermite. Chamemos  $N_i$ ,  $i=1, \dots, 6$ , as linhas dessa matriz.

Se supormos agora que  $\underline{d}$  possa representar os deslocamentos dinâmicos com uma boa aproximação, a velocidade desses deslocamentos pode ser escrita

$$\dot{\underline{d}} = \underline{N} \dot{\underline{u}}, \quad (4.3.5)$$

e a energia cinética do elemento infinitesimal de comprimento  $dx$  será

$$\Delta T_e = \frac{1}{2} \rho_x A_x (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2 + \dot{u}_z^2 + \frac{I_p}{A_x} \dot{\gamma}_x^2 + \frac{I}{A_x} \dot{\gamma}_y^2 + \frac{I}{A_x} \dot{\gamma}_z^2) dx. \quad (4.3.6)$$

Tendo em conta (4.3.5) e integrando para todo o elemento:

$$T_e = \frac{1}{2} \rho_v A_x \int_0^L (\dot{u}_{\sim 1}^t N_{\sim 1}^t \dot{u}_{\sim 1} + \dot{u}_{\sim 2}^t N_{\sim 2}^t \dot{u}_{\sim 2} + \dot{u}_{\sim 3}^t N_{\sim 3}^t \dot{u}_{\sim 3} + \frac{I_p}{A_x} \dot{u}_{\sim 4}^t N_{\sim 4}^t \dot{u}_{\sim 4} + \frac{I}{A_x} \dot{u}_{\sim 5}^t N_{\sim 5}^t \dot{u}_{\sim 5} + \frac{I}{A_x} \dot{u}_{\sim 6}^t N_{\sim 6}^t \dot{u}_{\sim 6}) dx, \quad (4.3.7)$$

que pode ser escrita:

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{\underline{u}}^t \underline{m} \dot{\underline{u}} \quad (4.3.8a)$$

onde

$$\underline{m} = \rho_v A_x \int_0^L (N_1^t N_1 + N_2^t N_2 + N_3^t N_3 + \frac{I_p}{A_x} N_4^t N_4 + \frac{I}{A_x} N_5^t N_5 + \frac{I}{A_x} N_6^t N_6) dx \quad (4.3.8b)$$

é a matriz de massa do elemento.

Tendo em vista a equação (2.1.4), a equação (4.3.8a) pode ser escrita em termos das velocidades  $\dot{\underline{q}}^i$  do elemento  $i$  como:

$$T_e^i = \frac{1}{2} \dot{\underline{q}}^{i,t} \underline{M}^i \dot{\underline{q}}^i \quad (4.3.9a)$$

onde

$$\underline{M}^i = \underline{R}^{i,t} \underline{m}^i \underline{R}^i \quad (4.3.9b)$$

é a matriz de massa do elemento para os deslocamentos  $\underline{q}^i$ . Somando a energia cinética de todos os elementos por expressões do tipo (4.3.9a) obteremos a energia cinética de toda a estrutura. A matriz total  $\underline{M}$  obtém-se portanto de modo idêntico a  $\underline{K}$ .

A matriz  $\underline{m}$  do elemento reto típico pode ser encontrada em vários trabalhos na Bibliografia apresentada e encontra-se reproduzida da referência (29) na Tabela (4.3.1).

$$m = \rho A_X L$$

$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0
$\frac{13}{35} + \frac{6I}{5A_X L^2}$	0	0	0	$\frac{11L}{210} + \frac{I}{10A_X L}$	0	$\frac{9}{70} - \frac{6I}{5A_X L^2}$	0	0	0	$-\frac{13L}{420} + \frac{I}{10A_X L}$	0
$\frac{13}{35} + \frac{6I}{5A_X L^2}$	0	$-\frac{11L}{210} - \frac{I}{10A_X L}$	0	0	0	$\frac{9}{70} - \frac{6I}{5A_X L^2}$	0	$\frac{13L}{420} - \frac{I}{10A_X L}$	0	0	0
$\frac{I_p}{3A_X}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{I_p}{6A_X}$	0	0	0	0
$\frac{L^2}{105} + \frac{2I}{15A_X}$	0	0	0	$-\frac{13L}{420} + \frac{I}{10A_X L}$	0	$-\frac{L^2}{140} - \frac{I}{30A_X}$	0	$-\frac{L^2}{140} - \frac{I}{30A_X}$	0	0	0
$\frac{L^2}{105} + \frac{2I}{15A_X}$	0	$\frac{13L}{420} - \frac{I}{10A_X L}$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{L^2}{140} - \frac{I}{30A_X}$	0	0
		$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		$\frac{13}{35} + \frac{6I}{5A_X L^2}$	0	0	0	$-\frac{11L}{210} - \frac{I}{10A_X L}$	0	0	0	0	0
						$\frac{13}{35} + \frac{6I}{5A_X L^2}$	0	$\frac{11L}{210} + \frac{I}{10A_X L}$	0	0	0
							$\frac{I_p}{3A_X}$	0	0	0	0
							$\frac{L^2}{105} + \frac{2I}{15A_X}$	0	0	0	0
								$\frac{L^2}{105} + \frac{2I}{15A_X}$	0	0	0

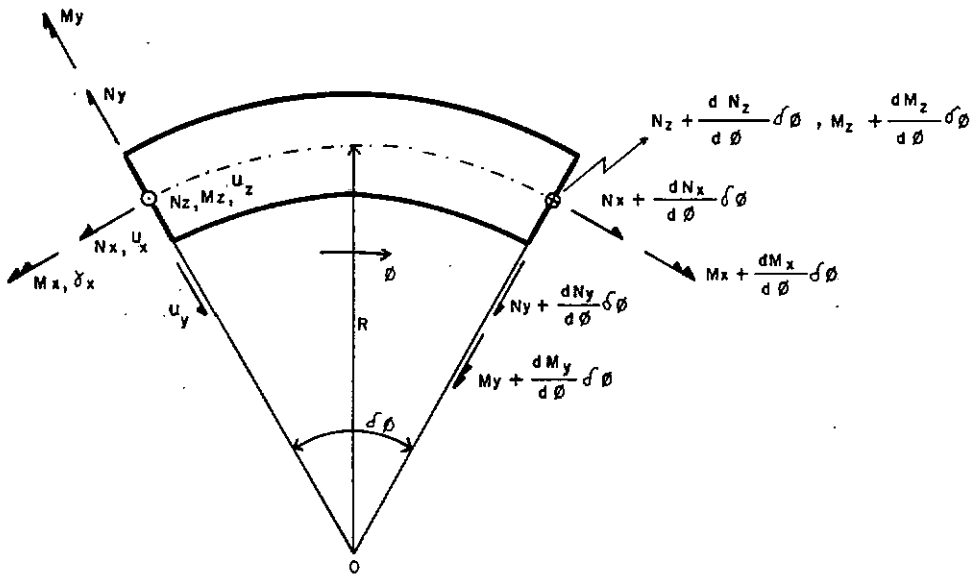
Simétrica

Tabela (4.3.1)



## 4.3.2 - MATRIZ DE MASSA PARA O ELEMENTO CURVO CIRCULAR

Seja um elemento infinitesimal de um tubo circular em equilíbrio submetido a um sistema de esforços conforme a Figura (4.3.2). Os deslocamentos também possuem orientação como indicados.



FIGURA(4.3.2)

As equações de equilíbrio podem ser separadas em dois grupos referentes a movimentos fora do plano e no plano, respectivamente:

$$M_y = \frac{dM_x}{d\phi}$$

$$M_x = - \frac{dM_y}{d\phi} + RN_z \quad (4.3.10)$$

$$\frac{dN_z}{d\phi} = 0$$

$$\begin{aligned}
 N_x &= -\frac{dN_y}{d\phi} \\
 N_y &= \frac{dN_x}{d\phi} \\
 \frac{dM_z}{d\phi} &= -RN_y.
 \end{aligned}
 \tag{4.3.11}$$

As relações constitutivas podem ser escritas

$$\frac{M_x R}{GI_p} = -\frac{d\gamma_x}{d\phi} - \frac{1}{R} \frac{du_z}{d\phi}
 \tag{4.3.12}$$

$$\frac{f_g M_y R^2}{EI} = \frac{d^2 u_z}{d\phi^2} - R\gamma_x$$

e

$$\frac{f_p M_z R^2}{EI} = \frac{d^2 u_y}{d\phi^2} - \frac{du_x}{d\phi}
 \tag{4.3.13}$$

$$\frac{N_x R}{EA_x} = -\frac{du_x}{d\phi} - u_y$$

onde  $\gamma_x$  é o ângulo de torção a deformação circunferencial  $\epsilon_x$  e as rotações  $\gamma_y$  e  $\gamma_z$  da seção transversal foram tomadas como

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= -\frac{du_x}{ds} - \frac{u_y}{R} \\
 \gamma_y &= \frac{du_z}{ds}
 \end{aligned}
 \tag{4.3.14}$$

$$\gamma_z = \frac{du_y}{ds} - \frac{u_x}{R}$$

As equações de (4.3.10) a (4.3.13) podem ser solu

cionadas para os esforços e deslocamentos. Em particular nos interessa a solução para os deslocamentos <sup>3 0 3 1</sup> que pode ser colocada sob a forma

$$\underline{\underline{d}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.3.15)$$

onde  $\underline{\underline{d}}^t = \{u_x, u_y, u_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z\}$  e  $\alpha_i, i=1, \dots, 12$ , são constantes de integração. A matriz  $\underline{\underline{B}}$  encontra-se na Tabela (4.3.2).

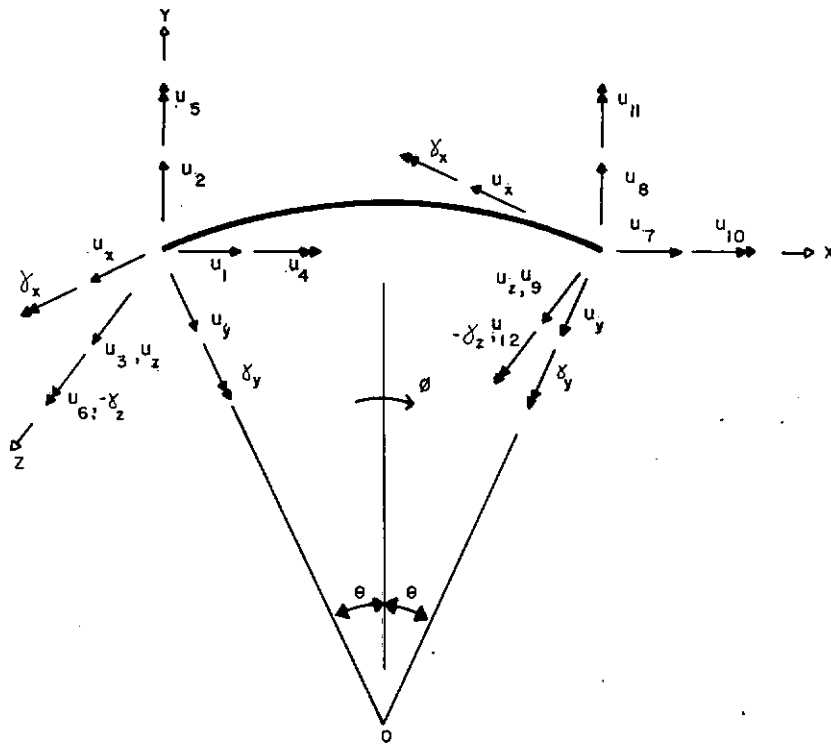


FIGURA (4.3.3)

Especificando a equação (4.3.15) para os pontos nodais, e observando que as orientações dos deslocamentos nodais  $\underline{\underline{u}}$  não coincidem com as de  $\underline{\underline{d}}$  nas extremidades (vide Figura(4.3.3)), precisando portanto rotacioná-los, temos:

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{X}} \underline{\underline{\alpha}} = \underline{\underline{R}} \begin{bmatrix} \underline{\underline{B}}_j \\ \vdots \\ \underline{\underline{B}}_k \end{bmatrix} \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.3.16)$$

B =

$R(\phi \cos \phi - C_0 \sin \phi)$	$-R(\phi \sin \phi + C_0 \cos \phi)$	$R \cos \phi$	$-R \sin \phi$	$-R\phi$	R	0	0	0	0	0	0
$R\phi \sin \phi$	$R\phi \cos \phi$	$R \sin \phi$	$R \cos \phi$	R	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	R	$R \cos \phi$	$R \sin \phi$	$R\phi \cos \phi$	$R\phi$	$R\phi \sin \phi$
0	0	0	0	0	0	0	$-\cos \phi$	$-\sin \phi$	$-\phi \cos \phi - C_5 \sin \phi$	0	$C_5 \cos \phi - \phi \sin \phi$
0	0	0	0	0	0	0	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	$\cos \phi - \phi \sin \phi$	1	$\sin \phi + \phi \cos \phi$
$C_1 \sin \phi$	$C_1 \cos \phi$	0	0	$\phi$	-1	0	0	0	0	0	0

Tabela (4.3.2)

onde  $\bar{R}$  é a matriz de rotação necessária, e,  $B_j = B_{(\phi = -\theta)}$  e  $B_k = B_{(\phi = \theta)}$ . A matriz  $\bar{R}$  é fornecida na Tabela (4.3.3), e  $X$  na Tabela (4.3.4). A partir de (4.3.16) podemos escrever:

$$\underline{\alpha} = \underline{X}^{-1} \underline{u} \quad (4.3.17)$$

Levando essa equação em (4.3.15) obtemos

$$\underline{d} = \underline{B} \underline{X}^{-1} \underline{u} = \underline{N} \underline{u} \quad (4.3.18)$$

Para o presente elemento é mais conveniente não efetuar o produto  $\underline{B} \underline{X}^{-1}$  indicado acima. Assim, com as mesmas hipóteses da seção precedente obtemos as velocidades:

$$\dot{\underline{d}} = \underline{B} \underline{X}^{-1} \dot{\underline{u}}, \quad (4.3.19)$$

e a energia cinética do elemento infinitesimal de comprimento  $R \delta\phi$ :

$$\Delta T_e = \frac{1}{2} \rho_v A_x (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2 + \dot{u}_z^2 + \frac{I_p}{A_x} \dot{\gamma}_x^2 + \frac{I}{A_x} \dot{\gamma}_y^2 + \frac{I}{A_x} \dot{\gamma}_z^2) R \delta\phi \quad (4.3.20)$$

Integrando para todo o elemento de  $-\theta$  a  $+\theta$  obtemos

$$T_e = \frac{1}{2} \rho_v A_x \int_{-\theta}^{\theta} (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2 + \dot{u}_z^2 + \frac{I_p}{A_x} \dot{\gamma}_x^2 + \frac{I}{A_x} \dot{\gamma}_y^2 + \frac{I}{A_x} \dot{\gamma}_z^2) d\phi \quad (4.3.21)$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_j & 0 \\ 0 & \tilde{R}_k \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cccccc|cccccc} -\cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ -\sin\theta & -\cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & -\cos\theta & \sin\theta & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & -\cos\theta & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & & & & & \\ \hline & & & & & & -\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \sin\theta & -\cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & -\cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]$$

Tabela (4.3.3)

$\tilde{X} =$

$-R(C_0 \sin \theta \cos \theta - \theta)$	$RC_0 \cos^2 \theta$	0	0	0	-R	0	$-R(\theta \cos \theta - \sin \theta)$	0	0	0	$-R \cos \theta$
$-RC_0 \sin^2 \theta$	$R(C_0 \cos \theta \sin \theta + \theta)$	0	0	0	0	-R	$-R(\theta \sin \theta + \cos \theta)$	0	0	0	$-R \sin \theta$
0	0	R	$R \cos \theta$	$-R \sin \theta$	0	0	0	$-R \theta \cos \theta$	$-R \theta$	$R \theta \sin \theta$	0
0	0	0	1	0	0	0	0	$-\theta + C_6 \sin \theta \cos \theta$	$\sin \theta$	$-1 + C_6 \cos \theta$	0
0	0	0	0	-1	0	0	0	$-1 + C_6 \sin \theta$	$-\cos \theta$	$\theta + C_6 \sin \theta \cos \theta$	0
$C_1 \sin \theta$	$-C_1 \cos \theta$	0	0	0	0	0	$\theta$	0	0	0	1
$-R(\theta - C_0 \sin \theta \cos \theta)$	$RC_0 \cos^2 \theta$	0	0	0	-R	0	$R(\theta \cos \theta - \sin \theta)$	0	0	0	$-R \cos \theta$
$-RC_0 \sin^2 \theta$	$-R(C_0 \sin \theta \cos \theta + \theta)$	0	0	0	0	-R	$-R(\theta \sin \theta + \cos \theta)$	0	0	0	$R \sin \theta$
0	0	R	$R \cos \theta$	$R \sin \theta$	0	0	0	$-R \theta \cos \theta$	$R \theta$	$R \theta \sin \theta$	0
0	0	0	1	0	0	0	0	$\theta - C_6 \sin \theta \cos \theta$	$-\sin \theta$	$-1 + C_6 \cos \theta$	0
0	0	0	0	-1	0	0	0	$-1 + C_6 \sin^2 \theta$	$-\cos \theta$	$-\theta - C_6 \sin \theta \cos \theta$	0
$-C_1 \sin \theta$	$-C_1 \cos \theta$	0	0	0	0	0	$-\theta$	0	0	0	1

Tabela (4.3.4)

Introduzindo a equação (4.3.19) e chamando  $\underline{B}_i$  cada linha  $i$  de  $\underline{B}$ :

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{\underline{u}}^t \rho_v A_x R \underline{X}^{-t} \int_{-\theta}^{\theta} (\underline{B}_1^t \underline{B}_1 + \underline{B}_2^t \underline{B}_2 + \underline{B}_3^t \underline{B}_3 +$$

(4.3.22a)

$$\frac{I}{A_x} \underline{B}_4^t \underline{B}_4 + \frac{I}{A_x} \underline{B}_5^t \underline{B}_5 + \frac{I}{A_x} \underline{B}_6^t \underline{B}_6) d\phi \underline{X}^{-1} \dot{\underline{u}}$$

ou

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{\underline{u}}^t \underline{m} \dot{\underline{u}} \quad (4.3.22b)$$

onde

$$\underline{m} = \rho_v A_x R \underline{X}^{-t} \underline{H} \underline{X}^{-1} \quad (4.3.22c)$$

é a matriz de massa do elemento; a matriz  $\underline{H}$  dada por

$$\underline{H} = \int_{-\theta}^{\theta} (\underline{B}_1^t \underline{B}_1 + \underline{B}_2^t \underline{B}_2 + \underline{B}_3^t \underline{B}_3 + \frac{I}{A_x} \underline{B}_4^t \underline{B}_4 +$$

(4.3.22d)

$$\frac{I}{A_x} \underline{B}_5^t \underline{B}_5 + \frac{I}{A_x} \underline{B}_6^t \underline{B}_6) d\phi$$

é uma matriz simétrica. Os coeficientes não nulos de  $\underline{H}$ , correspondentes aos termos de (4.3.22d) em  $\underline{B}_3$ ,  $\underline{B}_4$  e  $\underline{B}_5$  encontram-se na referência (30) e são reproduzidos na Tabela (4.3.5a). Enquanto que os correspondentes a  $\underline{B}_1$ ,  $\underline{B}_2$  e  $\underline{B}_6$  apresentamo-los na Tabela (4.3.5b).

A matriz  $\underline{m}$  é obtida com as matrizes fornecidas  $\underline{m}_e$  diante aplicação via computador de (4.3.22c). As constantes  $C_i$ ,



$$\begin{aligned}
H_{3,3} &= 2R^2\theta \\
H_{4,3} &= 2R^2\text{sen}\theta \\
H_{4,4} &= (C_9\theta + C_{10}\text{sen}\theta\cos\theta) \\
H_{5,5} &= (C_9\theta + C_{11}\text{sen}\theta\cos\theta) \\
H_{9,5} &= \frac{1}{4}(C_{10}\text{sen}2\theta + 2C_{11}\theta\cos2\theta + 4C_{12}\theta + 4C_{13}\text{sen}\theta\cos\theta) \\
H_{9,9} &= \frac{1}{12}\{4C_9\theta^3 + 6C_{10}\theta^2\text{sen}2\theta + 12C_{14}\theta + 12C_{15}\text{sen}\theta\cos\theta + 6(C_{10} + 2C_{13})\theta\cos2\theta + 3(C_{11} - 2C_{13})\text{sen}2\theta\} \\
H_{10,5} &= 2\{R^2(\text{sen}\theta - \theta\cos\theta) + C_7\text{sen}\theta\} \\
H_{10,9} &= 2\{R^2(\theta^2\text{sen}\theta + 2\theta\cos\theta - 2\text{sen}\theta) + C_7\theta\cos\theta\} \\
H_{10,10} &= 2\{\theta^3(\frac{R^2}{3}) + C_7\theta\} \\
H_{11,3} &= 2R^2(\text{sen}\theta - \theta\cos\theta) \\
H_{11,4} &= \frac{1}{4}C_{10}\text{sen}2\theta + \frac{1}{2}C_{11}\theta\cos2\theta - C_{12}(\theta) + C_{13}(\text{sen}\theta\cos\theta) \\
H_{11,11} &= \frac{1}{12}\{4C_9\theta^3 - 6C_{10}\theta^2\text{sen}2\theta + 12C_{14}\theta - 12C_{15}\text{sen}\theta\cos\theta - 6(C_{10} + 2C_{13})\theta\cos2\theta - 3(C_{11} - 2C_{13})\text{sen}2\theta\}
\end{aligned}$$

Tabela (4.3.5a)

$$\begin{aligned}
H_{1,1} &= R^2 \left\{ \left( \frac{2}{3} \theta^3 \right) - C_0 \left( \frac{1}{2} \sin 2\theta - \theta \cos 2\theta \right) + C_0^2 \left( \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right\} + C_{16} \left( \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \\
H_{1,7} &= R^2 \left\{ C_0 \left( \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right\} \\
H_{1,8} &= 2R^2 \left\{ (2 \sin \theta - \theta^2 \sin \theta - 2\theta \cos \theta) + C_1 (\sin \theta - \theta \cos \theta) \right\} + 2C_{17} (\sin \theta - \theta \cos \theta) \\
H_{2,2} &= R^2 \left\{ \left( \frac{2}{3} \theta^3 \right) + C_0 \left( \frac{1}{2} \sin 2\theta - \theta \cos 2\theta \right) + C_0^2 \left( \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right\} + C_{16} \left( \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \\
H_{2,6} &= -R^2 \left\{ C_0 \left( \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right\} \\
H_{2,12} &= 2R^2 \{ \theta \cos \theta - C_1 \sin \theta \} - 2C_{17} \sin \theta \\
H_{6,6} &= 2R^2 \theta \\
H_{6,12} &= 2R^2 \sin \theta \\
H_{7,7} &= 2R^2 \theta \\
H_{7,8} &= 2R^2 \{ 2 \sin \theta - \theta \cos \theta \} \\
H_{8,8} &= R^2 \left\{ \frac{2}{3} \theta^3 + 2\theta \right\} + \frac{2}{3} C_7 \theta^3 \\
H_{12,12} &= 2R^2 \theta + 2C_7 \theta
\end{aligned}$$

Tabela (4.3.5b)

ainda não definidas, são:

$$C = \frac{EI}{f_p R^3} / \frac{EA_x}{R} = \frac{I}{A_x f_p R^2} ; \quad C_0 = \frac{1-C}{1+C}$$

$$C_1 = C_0 + 1 ; \quad C_2 = GI_p / R^2$$

$$C_3 = \frac{EI}{f_g R^2} ; \quad C_4 = 2RC_2 C_3 / (C_2 + C_3)$$

$$C_5 = 2C_3 / (C_2 + C_3) ; \quad C_6 = (C_2 - C_3) / (C_2 + C_3)$$

$$C_7 = I / A_x ; \quad C_8 = I_p / A_x \quad (4.3.23)$$

$$C_9 = R^2 + C_7 + C_8 ; \quad C_{10} = R^2 - C_7 + C_8$$

$$C_{11} = -C_{10} ; \quad C_{12} = C_7 + C_5 C_8$$

$$C_{13} = C_7 - C_5 C_8 ; \quad C_{14} = C_7^2 + C_5^2 C_8$$

$$C_{15} = C_7 - C_5^2 C_8 ; \quad C_{16} = C_1^2 C_7$$

$$C_{17} = C_1 C_7$$

Para desprezar a inércia à rotação por flexão  
faz-se  $C_7=0$ .

#### 4.4 - ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

##### 4.4.1 - CARGAS TIPO GRAVIDADE. CÁLCULO AUTOMÁTICO DO PESO PRÓPRIO

As cargas por unidade de comprimento do elemento devem ser dadas no sistema local de cada elemento. Fornecido  $\bar{w}$ , o peso por unidade de comprimento do elemento, o programa permite o cálculo automático do peso próprio de toda a estrutura considerando que o eixo  $y$  do sistema global tenha a direção da força peso, e sentido a ela oposto.

##### Elemento Reto

Seja o elemento reto da figura (4.4.1) com carga por unidade de comprimento  $\bar{p}$ , formando um ângulo  $\gamma$  com sua projeção sobre  $XZ$  como indicado. Os esforços de engastamento perfeito serão:

$$p_1^e = p_7^e = w_x L/2$$

$$p_2^e = p_8^e = w_y L/2$$

$$p_3^e = p_9^e = -w_z L/2$$

(4.4.1a)

$$p_4^e = p_{10}^e = 0$$

$$p_5^e = -p_{11}^e = w_z L^2/12$$

$$p_6^e = -p_{12}^e = w_y L^2/12.$$

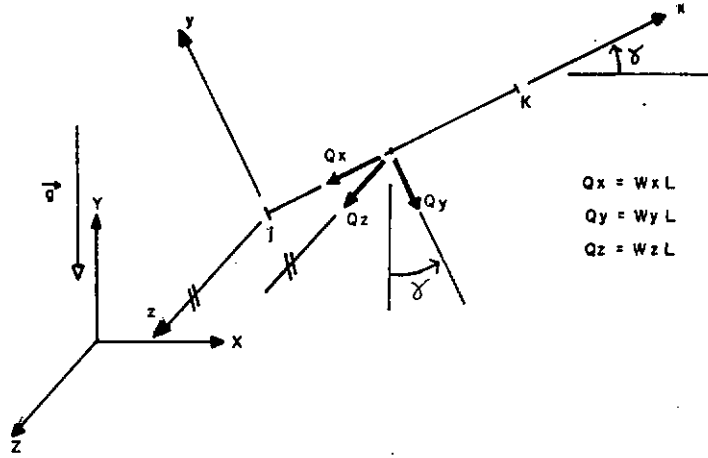


FIGURA (4.4.1)

Sendo  $\bar{p} = \bar{W}$  o peso por unidade de comprimento do elemento usamos:

$$W_x = + \bar{W} R_{1,2}$$

$$W_y = + \bar{W} R_{2,2} \quad (4.4.1b)$$

$$W_z = + \bar{W} R_{3,2}$$

onde  $R_{1,2}$ ,  $R_{2,2}$  e  $R_{3,2}$  são elementos da matriz de rotação  $\underline{R}$ . E, sendo  $\bar{p}$  uma carga externa por unidade de comprimento do elemento, outra que o peso próprio, o usuário deve fornecer as suas projeções  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$  sobre as direções dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do elemento. Neste caso, as equações (4.4.1a) serão usadas com

$$W_x = - p_x$$

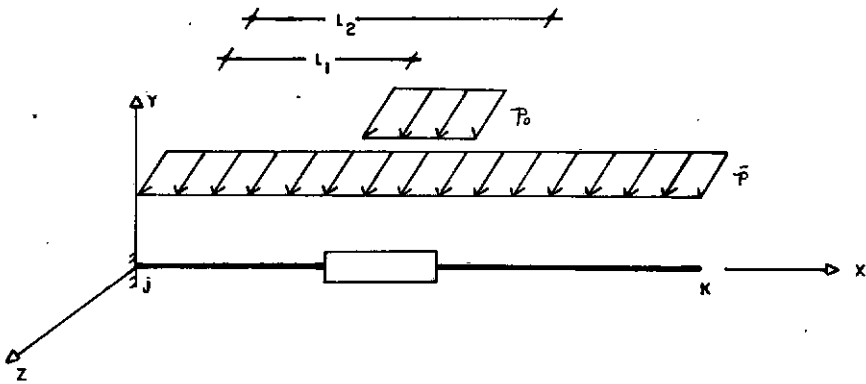
$$W_y = - p_y \quad (4.4.1c)$$

## Elemento Reto com Trecho Rígido

Os esforços de engastamento perfeito do elemento reto com trecho rígido são obtidos a partir de uma estrutura constituída de um elemento isolado com a extremidade  $j$  engastada ( $\underline{u}_j = \underline{0}$ ) e a extremidade direita livre, submetida ao carregamento em questão. A equação (2.1.1b) aplicada ao elemento, vide Figura 4.4.2, lembrando que agora  $\underline{p}_k^a = \underline{0}$ , reduz-se a:

$$\underline{p}_k^e = -\underline{k}_{kk} \underline{u}_k \quad (4.4.2)$$

Uma vez que  $\underline{k}_{kk}$  é conhecida o problema reduz-se a encontrar  $\underline{u}_k$ .



FIGURA(4.4.2)

Os  $\underline{u}_k$  devidos ao carregamento podem ser convenientemente obtidos por aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais (vide referência 32). Os deslocamentos  $\underline{u}_k$  serão então dados por

$$1 \times u_i = \int_0^L \left( \frac{N_{x,i} N_{x,c}}{EA_x} + \frac{N_{y,i} N_{y,c} + N_{z,i} N_{z,c}}{GA_r} + \frac{M_{x,i} M_{x,c}}{GI_p} + \frac{M_{y,i} M_{y,c} + M_{z,i} M_{z,c}}{EI} \right) dx + \quad (4.4.3)$$

$$\int_{L_2}^L \left( \frac{N_{x,i} N_{x,c}}{EA_x} + \frac{N_{y,i} N_{y,c} + N_{z,i} N_{z,c}}{GA_r} + \frac{M_{x,i} M_{x,c}}{GI_p} + \frac{M_{y,i} M_{y,c} + M_{z,i} M_{z,c}}{EI} \right) dx$$

onde  $1 \times u_i$  é o trabalho virtual do esforço  $p_i = 1$ , aplicado isoladamente, sobre o deslocamento  $u_i$  produzido pela carga aplicada ao elemento; e o segundo membro da equação corresponde ao trabalho virtual dos esforços internos  $N_{x,i}, \dots$ , etc., produzidos por  $p_i = 1$ , sobre os deslocamentos internos produzidos pelos esforços numa seção genérica,  $N_{x,c}, \dots$ , etc., devidos à carga.

A Tabela (4.4.1) fornece os esforços na seção genérica de ordenada  $x$  devidos às aplicações de  $p_i$  unitários isolados.

	$N_{x,i}$	$N_{y,i}$	$N_{z,i}$	$M_{x,i}$	$M_{y,i}$	$M_{z,i}$
$p_7=1$	1	0	0	0	0	0
$p_8=1$	0	1	0	0	0	$(L-x)$
$p_9=1$	0	0	1	0	$(x-L)$	0
$p_{10}=1$	0	0	0	1	0	0
$p_{11}=1$	0	0	0	0	1	0
$p_{12}=1$	0	0	0	0	0	1

Tabela (4.4.1)

O elemento é suposto possuir o trecho rígido com carga  $\overline{p_r}$  maior que o resto do tubo. Seja  $\overline{p}$  a carga no tubo tal que  $\overline{p_r} = \overline{p} + p_o$ . As componentes de  $\overline{p}$  e  $p_o$  são respectivamente  $w_x, w_y, w_z$  e  $w_{ox}, w_{oy}$  e  $w_{oz}$ .

Os esforços devidos a  $\overline{p}$  serão, numa seção de ordenada  $x$ :

$$M_{x,c} = 0$$

$$M_{y,c} = - \frac{w_z}{2} (L-x)^2$$

$$M_{z,c} = - \frac{w_y}{2} (L-x)^2$$

(4.4.4)

$$N_{x,c} = - w_x (L-x)$$

$$N_{y,c} = - w_y (L-x)$$

$$N_{z,c} = w_z (L-x)$$

que, levados à equação (4.4.3) juntamente com os fornecidos pela Tabela (4.4.1), fornecem

$$\overline{u}_7 = -w_x \frac{b}{EA_x}$$

$$\overline{u}_8 = -w_y \frac{b}{EA_r} - w_y \frac{d}{2EI} \quad (4.4.5)$$

$$\overline{u}_9 = w_z \frac{b}{EA_r} + w_z \frac{d}{2EI}$$



$$\bar{u}_{10} = 0$$

$$\bar{u}_{11} = -W_z \frac{c}{2EI}$$

$$\bar{u}_{12} = -W_y \frac{c}{2EI}$$

onde

$$a = \{L - (L-L_1) + (L-L_2)\}/1.$$

$$b = \{L^2 - (L-L_1)^2 + (L-L_2)^2\}/2.$$

(4.4.6)

$$c = \{L^3 - (L-L_1)^3 + (L-L_2)^3\}/3.$$

$$d = \{L^4 - (L-L_1)^4 + (L-L_2)^4\}/4.$$

Os esforços de engastamento perfeito  $p_k^e$  são obtidos pela equação (4.4.2) e os  $p_j^e$  por equilíbrio entre a carga  $\bar{p}$  e os esforços  $p^e$ , via computador. Sendo as cargas devidas ao peso próprio utilizamos (4.4.1b), se não, (4.4.1c).

Para a carga parcialmente distribuída sobre o trecho rígido,  $p_o$ , os esforços em uma seção genérica devidos à carga serão:

$$N_{x,c} = -W_{ox}(L_2-L_1)$$

$$N_{y,c} = -W_{oy}(L_2-L_1)$$

$$N_{z,c} = W_{oz} (L_2 - L_1)$$

$$M_{x,c} = 0$$

(4.4.7)

$$M_{y,c} = -W_{oz} (L_2^2 - L_1^2)/2 + W_{oz} (L_2 - L_1)x$$

$$M_{z,c} = -W_{oy} (L_2^2 - L_1^2)/2 + W_{oy} (L_2 - L_1)x$$

que levados à equação (4.4.3) juntamente com os da Tabela(4.4.1) fornecem (observe-se que somente a primeira integral de (4.4.3) existe):

$$u_7^o = -W_x \frac{(L_2 - L_1)L_1}{EA_x}$$

$$u_8^o = -W_{oy} \left\{ \left( \frac{1}{EA_r} \right) (L_2 - L_1)L_1 + \left( \frac{1}{2EI} \right) (L_2 - L_1) (LL_1L_2 - L_2 \frac{L_1^2}{2} + \frac{1}{6} L_1^3) \right\}$$

$$u_9^o = W_{oz} \left\{ \left( \frac{1}{EA_r} \right) (L_2 - L_1)L_1 + \left( \frac{1}{2EI} \right) (L_2 - L_1) (LL_1L_2 - L_2 \frac{L_1^2}{2} + \frac{1}{6} L_1^3) \right\}$$

$$u_{10}^o = 0$$

(4.4.8)

$$u_{11}^o = -W_{oz} \left( \frac{1}{2EI} \right) \{ L_1L_2(L_2 - L_1) \}$$

$$u_{12}^o = -W_{oy} \left( \frac{1}{2EI} \right) \{ L_1L_2(L_2 - L_1) \}$$

Os  $p^e$  também agora obtidos através de (4.4.2) e por equilíbrio com  $p_o$ . As considerações sobre a utilização de (4.4.1b) ou (4.4.1c) são também válidas.

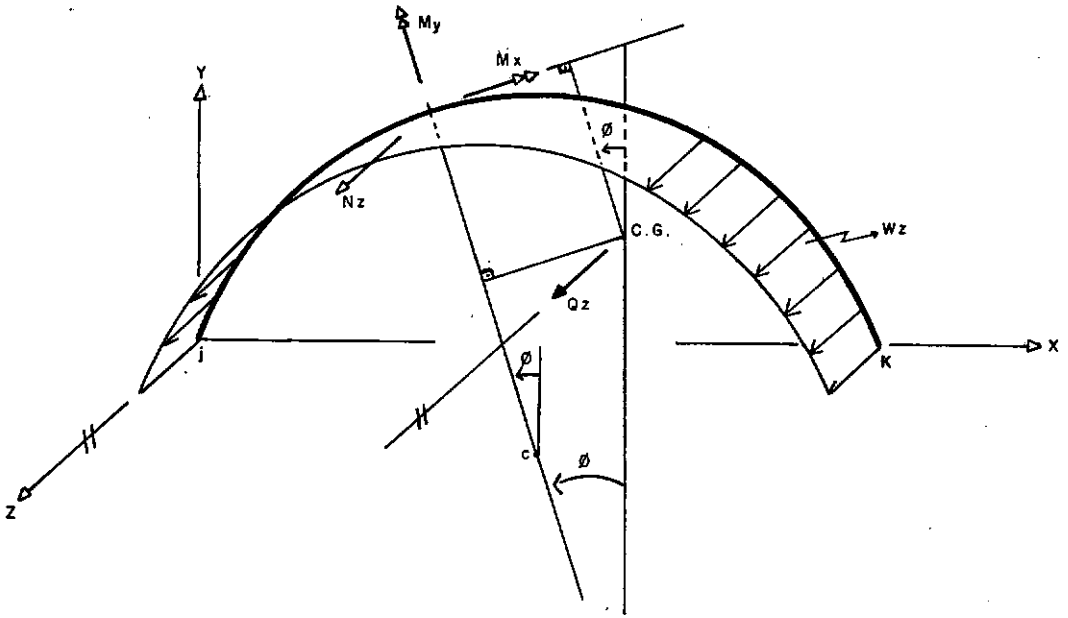
### Elemento Curvo Circular

Para o elemento curvo utilizaremos também o princípio dos Trabalhos Virtuais, de maneira idêntica ao caso anterior. Convém, por simplicidade, apresentar os casos devidos a  $W_x$ ,  $W_y$  e  $W_z$  separadamente.

Carga  $W_z$ :

Seja a Figura (4.4.3) onde se tem o elemento curvo submetido à carga por unidade de comprimento do arco,  $W_z$ , na direção local  $z$ . Seja  $Q_z = W_z S$  a carga total equivalente à compreendida entre a seção genérica de coordenadas  $x$  e  $y$  e a extremidade  $k$ ;  $S$  é o comprimento do arco entre a seção genérica e a extremidade  $k$ . C.G. representa o centro de gravidade dessa carga, e possui coordenadas  $x_g$  e  $y_g$ . Podemos escrever

$$\begin{aligned}
 x_g &= \frac{\int_S x ds}{S} = \frac{R\{(\phi + \frac{\Phi}{2}) \sin \frac{\Phi}{2} + \cos \phi - \cos \frac{\Phi}{2}\}}{\phi + \frac{\Phi}{2}} \\
 y_g &= \frac{\int_S y ds}{S} = \frac{R\{\sin \phi + \sin \frac{\Phi}{2} - (\phi + \frac{\Phi}{2}) \cos \frac{\Phi}{2}\}}{\phi + \frac{\Phi}{2}} \\
 S &= \int_S ds = R(\phi + \frac{\Phi}{2}) \\
 Q_z &= \int_S W_z ds = W_z R(\phi + \frac{\Phi}{2})
 \end{aligned}
 \tag{4.4.9}$$



FIGURA(4.4.3)

Os esforços genéricos devidos ao carregamento:

$$N_{z,c} = Q_z$$

$$M_{x,c} = -Q_z \{ (y - y_g) \cos \phi + (x_g - x) \sin \phi \} \quad (4.4.10a)$$

$$M_{y,c} = -Q_z \{ (x_g - x) \cos \phi - (y - y_g) \sin \phi \}$$

ou

$$N_{z,c} = W_z R \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$M_{x,c} = -W_z R^2 \left\{ \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right) - \sin \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right) \right\} \quad (4.4.10b)$$

$$M_{y,c} = -W_z R^2 \{ 1 - \cos \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right) \}$$

Os deslocamentos  $u_i$  da extremidade livre serão

$$u_i = \int_0^{S_k} \left( \frac{M_{x,i} M_{x,c}}{GI_p} + \frac{f g M_{y,i} M_{y,c}}{EI} + \frac{N_{z,i} N_{z,c}}{GA_r} \right) ds \quad (4.4.11a)$$

ou, ainda

$$u_i = -R \int_{+\phi/2}^{-\phi/2} \left( \frac{M_{x,i} M_{x,c}}{GI_p} + \frac{f g M_{y,i} M_{y,c}}{EI} + \frac{N_{z,i} N_{z,c}}{GA_r} \right) d\phi \quad (4.4.11b)$$

Levando as expressões (4.4.10b) e as da Tabela (4.4.3) em (4.4.11b); e integrando obtemos os seguintes deslocamentos não nulos:

$$u_9 = \frac{W_z R^4}{2GI_p} (\phi^2 + \sin^2 \phi - 2\phi \sin \phi) + \frac{f g W_z R^4}{2EI} (2 - 2\cos \phi - \sin^2 \phi) + \frac{W_z R^2 \phi^2}{2GA_r} \quad (4.4.12)$$

$$u_{10} = \left( \frac{W_z R^3}{2GI_p} - \frac{f g W_z R^3}{2EI} \right) (\sin \phi - \phi) \sin \frac{\phi}{2}$$

$$u_{11} = \frac{W_z R^3}{2GI_p} \left\{ 2\phi \cos \frac{\phi}{2} + (\phi - \sin \phi) \cos \frac{\phi}{2} - 4 \sin \frac{\phi}{2} \right\} + \frac{f g W_z R^3}{2EI} \left\{ (\phi + \sin \phi) \cos \frac{\phi}{2} - 4 \sin \frac{\phi}{2} \right\}$$

	$N_{x,i}$	$N_{y,i}$	$M_{z,i}$
$p_7 = 1$	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	$R(\cos \phi - \cos \frac{\phi}{2})$
$p_8 = 1$	$\sin \phi$	$\cos \phi$	$R(\sin \phi + \sin \frac{\phi}{2})$
$p_{12} = 1$	0	0	1

Tabela (4.4.2)

Os esforços de engastamento perfeito são obtidos também mediante a equação (4.4.2) e os restantes  $p_j^e$  por equilíbrio entre a carga atuante e  $p^e$ .

Carga  $W_y$ :

Na Figura(4.4.4) temos o elemento curvo submetido à carga  $W_y$ . Temos que  $Q_y = W_y S$ , com as mesmas convenções antes utilizadas. Os esforços genéricos devidos ao carregamento são agora:

$$N_{x,c} = - Q_y \text{ sen } \phi$$

$$N_{y,c} = - Q_y \cos \phi \quad (4.4.13a)$$

$$M_{z,c} = -Q_y (x_g - x)$$

ou

$$N_{x,c} = - W_y R \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right) \text{ sen } \phi$$

$$N_{y,c} = - W_y R \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right) \cos \phi \quad (4.4.13b)$$

$$M_{z,c} = - W_y R^2 \left\{ \left( \phi + \frac{\phi}{2} \right) \text{ sen } \phi + \cos \phi - \cos \frac{\phi}{2} \right\},$$

e os deslocamentos  $u_i$  serão agora

$$u_i = - R \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \left( \frac{N_{x,i} N_{x,c}}{EA_x} + \frac{N_{y,i} N_{y,c}}{GA_r} + \frac{f}{EI} \frac{M_{z,i} M_{z,c}}{EI} \right) d\phi$$

$$(4.4.14)$$

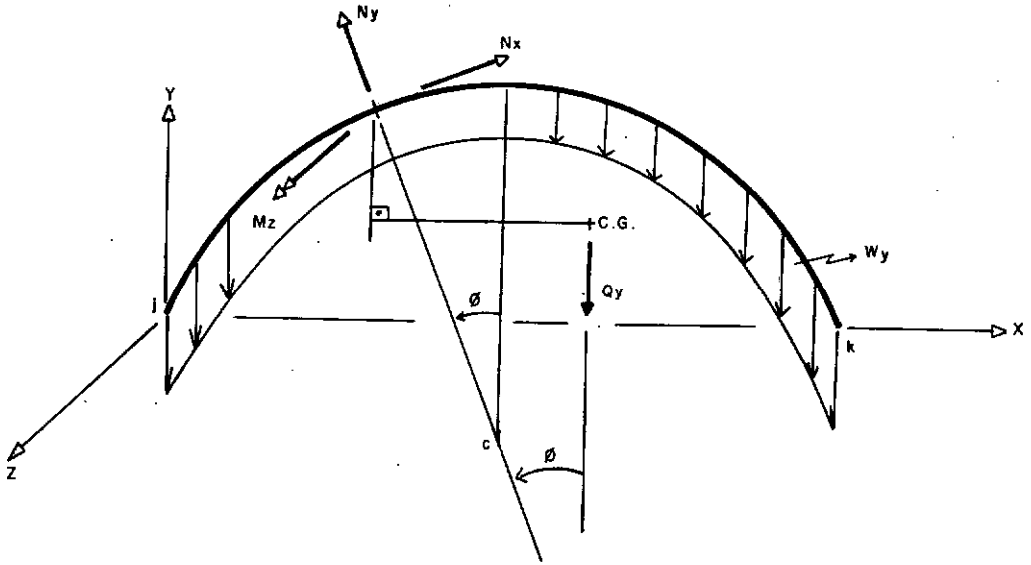


FIGURA (4.4.4)

Levando (4.4.13b) e os valores da Tabela (4.4.2) em (4.4.14) e integrando obtemos os seguintes deslocamentos não nulos

$$\begin{aligned}
 u_7 = & \frac{f W R^4}{4EI} (9 \operatorname{sen} \phi - 3\phi \cos \phi - 6\phi) + \\
 & \left( \frac{R^2 W}{4EA_x} Y - \frac{R^2 W}{4GA_r} Y \right) (\phi \cos \phi - \operatorname{sen} \phi) \\
 & (4.4.15) \\
 u_8 = & \frac{f W R^4}{4EI} (5\phi \operatorname{sen} \phi - 16 \operatorname{sen}^2 \frac{\phi}{2} - \phi^2) - \\
 & \frac{R^2 W}{4EA_x} Y (\phi^2 - \phi \operatorname{sen} \phi) - \frac{R^2 W}{4GA_r} Y (\phi^2 + \phi \operatorname{sen} \phi) \\
 u_{12} = & \frac{f W R^3}{EI} (2\phi \cos \frac{\phi}{2} - 4 \operatorname{sen} \frac{\phi}{2})
 \end{aligned}$$

	$M_{x,i}$	$M_{y,i}$	$N_{z,i}$
$p_9 = 1$	$R\{\cos(\phi + \frac{\phi}{2}) - 1\}$	$-R\sin(\phi + \frac{\phi}{2})$	1
$p_{10} = 1$	$\cos\phi$	$-\sin\phi$	0
$p_{11} = 1$	$\sin\phi$	$\cos\phi$	0

Tabela (4.4.3)

Que nos servirão para obter  $\underline{p}^e$  através da matriz de rigidez e equilíbrio.

Carga  $W_x$ :

Seguindo os procedimentos anteriores temos a Figura (4.4.5) para  $W_x$ , e com  $Q_x = W_x S$ . Os esforços numa seção genéricos devidos ao carregamento:

$$N_{x,c} = - Q_x \cos\phi$$

$$N_{y,c} = Q_x \sin\phi \quad (4.4.16a)$$

$$M_{z,c} = - Q_x (y - y_g)$$

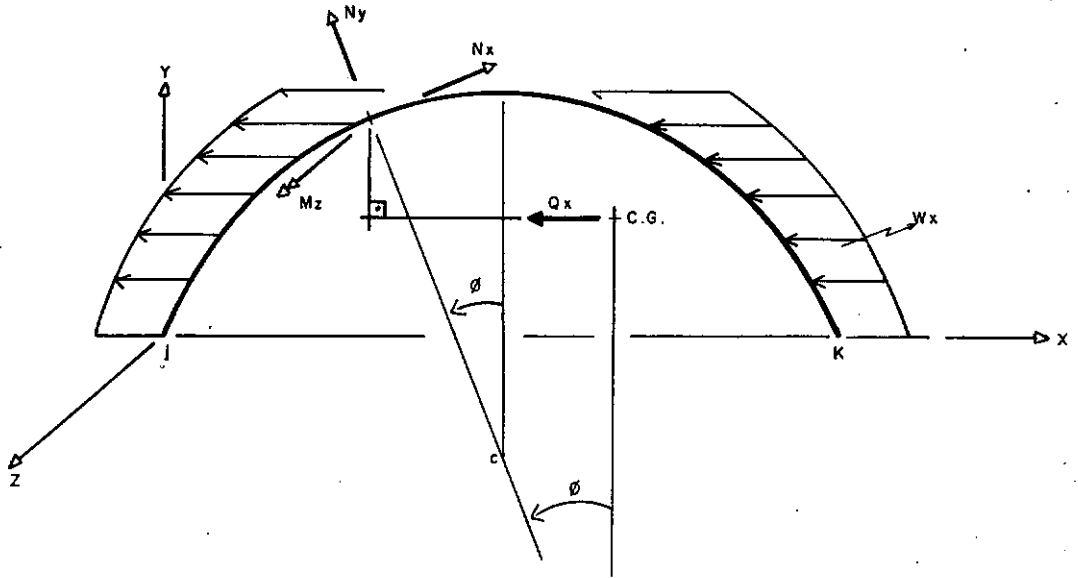
ou

$$N_{x,c} = - W_x \left(\phi + \frac{\phi}{2}\right) R \cos\phi$$

$$N_{y,c} = W_x \left(\phi + \frac{\phi}{2}\right) R \sin\phi \quad (4.4.16b)$$

$$M_{z,c} = - W_x R^2 \left(\phi \cos\phi + \frac{\phi}{2} \cos\phi - \sin\phi - \sin \frac{\phi}{2}\right)$$





FIGURA(4.4.5)

Os deslocamentos  $u_i$  de acordo ainda com a equação (4.4.14). A Tabela (4.4.2) também deve ser utilizada. Obtemos, portanto, após integração:

$$\begin{aligned}
 u_7 &= \frac{f_p w_x R^4}{4EI} \left( 8 \sin^2 \frac{\phi}{2} - \phi^2 - \phi \sin \phi \right) - \\
 &\quad \frac{R^2 w_x}{4EA_x} (\phi^2 + \phi \sin \phi) - \frac{R^2 w_x}{4GA_r} (\phi^2 - \phi \sin \phi) \\
 u_8 &= \frac{f_p w_x R^4}{4EI} (2\phi + \phi \cos \phi - 3 \sin \phi) + \\
 &\quad \left( \frac{w_x R^2}{4EA_x} - \frac{w_x R^2}{4GA_r} \right) (\phi \cos \phi - \sin \phi)
 \end{aligned} \tag{4.4.17}$$

$$u_{12} = 0$$

Para cargas externas fornecidas pelo usuário, usamos as equações (4.4.1c), ou seja,  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$  têm a direção po-

sitiva coincidentes com os eixos locais  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente. Para cálculo automático do peso próprio usamos as relações (4.4.1b).

#### 4.4.2 - VARIAÇÕES DE TEMPERATURA

Consideraremos que o elemento esteja submetido a uma variação de temperatura do tipo

$$T = T_0 + T_1 s + T_2 \bar{y} + T_3 \bar{z} = T(s, \bar{y}, \bar{z}) \quad (4.4.18)$$

onde  $s$  é a ordenada medida ao longo do eixo do elemento e  $\bar{y}$  e  $\bar{z}$  são os eixos da seção genérica. Para elementos retos temos  $s=x$ .

Podemos aplicar ainda o Princípio dos Trabalhos Virtuais, o que nos dá

$$u_i = \int_S (N_{x,i} \epsilon_s^t + M_{y,i} \theta_y^t + M_{z,i} \theta_z^t) ds \quad (4.4.19)$$

onde, sendo  $\bar{\alpha}$  o coeficiente de dilatação térmica médio, temos:

$$\begin{aligned} \epsilon_s^t &= \bar{\alpha} t_g \\ \theta_y^t &= \bar{\alpha} \frac{(t_s - t_i)^{(z)}}{d_e} \\ \theta_z^t &= \bar{\alpha} \frac{(t_i - t_s)^{(y)}}{d_e} \end{aligned} \quad (4.4.20)$$

Nas expressões acima  $d_e$  é o diâmetro externo do tubo,  $t_g$  é a temperatura no centro da seção,  $(t_s - t_i)^{(z)}$  é a diferença de temperatura ao longo de  $\bar{z}$  e  $(t_i - t_s)^{(y)}$  ao longo de  $\bar{y}$ . As expressões

(4.4.20) podem ser escritas:

$$\epsilon_s^t = \bar{\alpha} \{T(s, 0, 0)\} = \bar{\alpha} (T_0 + T_1 s)$$

$$\theta_y^t = \alpha \left\{ T(s, \bar{y}, \frac{d_e}{2}) - T(s, \bar{y}, -\frac{d_e}{2}) \right\} \frac{1}{d_e} = \bar{\alpha} T_3 \quad (4.4.21)$$

$$\theta_z^t = \bar{\alpha} \left\{ T(s, -\frac{d_e}{2}, \bar{z}) - T(s, +\frac{d_e}{2}, \bar{z}) \right\} \frac{1}{d_e} = -\bar{\alpha} T_2$$

Para  $N_{x,i}$ ,  $M_{y,i}$  e  $M_{z,i}$  podem ser utilizados os valores das Tabelas (4.4.1), (4.4.2) e (4.4.3). Para o elemento reto com trecho rígido assumimos que  $\bar{\alpha}$  seja também o coeficiente de dilatação térmica do trecho rígido.

Assim, teremos para os elementos retos:

$$u_7 = \int_0^L \bar{\alpha} (T_0 + T_1 x) dx = \bar{\alpha} (T_0 + T_1 \frac{L}{2}) L$$

$$u_8 = \int_0^L -\bar{\alpha} T_2 (L-x) dx = -\bar{\alpha} T_2 \frac{L^2}{2} \quad (4.4.22)$$

$$u_9 = \int_0^L -\bar{\alpha} T_3 (L-x) dx = -\bar{\alpha} T_3 \frac{L^2}{2}$$

$$u_{10} = 0$$

$$u_{11} = \int_0^L \bar{\alpha} T_3 dx = \bar{\alpha} T_3 L$$

$$u_{12} = \int_0^L -\bar{\alpha} T_2 dx = -\bar{\alpha} T_2 L$$

Os  $p_k^e$  são obtidos por intermédio de (4.4.2) e os  $p_j^e$  por equilíbrio com  $p_k^e$ .

Para os elementos curvos circulares procedemos de maneira idêntica. Tendo em vista agora que  $ds = -Rd\phi$  e  $s = R(\frac{\phi}{2} - \phi)$ , obtemos:

$$u_7 = \int_0^{S_k} \{ \bar{\alpha} (T_0 + T_1 s) \cos \phi - \bar{\alpha} T_2 R (\cos \phi - \cos \frac{\phi}{2}) \} ds =$$

$$\bar{\alpha} T_0 L + \bar{\alpha} T_1 S_k \frac{L}{2} + \bar{\alpha} T_2 R (S_k \cos \frac{\phi}{2} - L)$$

$$u_8 = \int_0^{S_k} \{ \bar{\alpha} (T_0 + T_1 s) \sin \phi - \bar{\alpha} T_2 R (\sin \phi + \sin \frac{\phi}{2}) \} ds =$$

$$- \bar{\alpha} T_2 S_k \frac{L}{2} + \bar{\alpha} T_1 R (S_k \cos \frac{\phi}{2} - L)$$

$$u_9 = \int_0^{S_k} - \bar{\alpha} T_3 R \sin(\phi + \frac{\phi}{2}) ds = - \bar{\alpha} T_3 \frac{L^2}{2} \quad (4.4.23)$$

$$u_{10} = 0$$

$$u_{11} = \int_0^{S_k} \bar{\alpha} T_3 \cos \phi ds = \bar{\alpha} T_3 L$$

$$u_{12} = \int_0^{S_k} - \bar{\alpha} T_2 ds = - \bar{\alpha} T_2 S_k$$

Os  $p_k^e$  são obtidos por intermédio de (4.4.2) e os  $p_j^e$  por equilíbrio com  $p_k^e$ .

Convém alertar que embora  $T_0$  possua dimensão de

temperatura,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  não as têm.

#### 4.4.3 - PRESSÃO INTERNA

Seja o tubo reto, de paredes finas com espessura  $t$ , de raio médio  $r_m$ , submetido a uma pressão interna efetiva  $p_e$  atuante nas paredes do tubo bem como em suas extremidades. As tensões circunferenciais e longitudinais, vide Figura (4.4.6), podem ser escritas como

$$\sigma_c = p_e r_m / t$$

(4.4.24)

$$\sigma_x = p_e r_m / 2t,$$

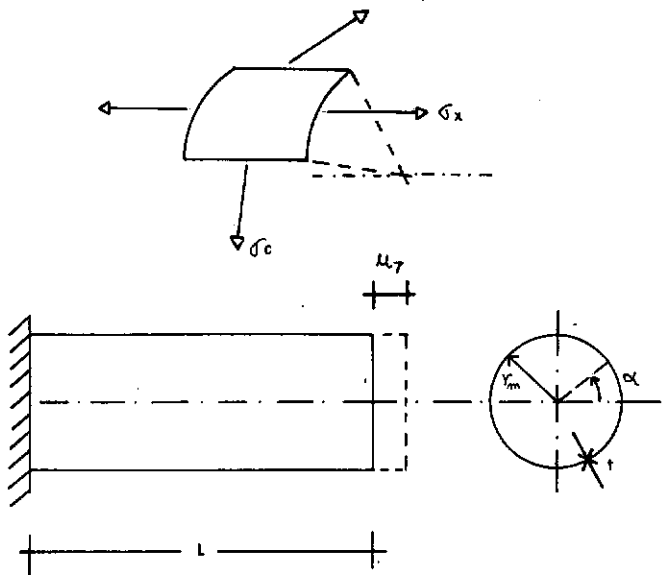


FIGURA (4.4.6)

considerando desprezíveis as tensões radiais. Se uma das extremidades é considerada fixa e a outra livre para deslocar-se podemos escrever a deformação longitudinal como

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_c) = \frac{p_e r_m}{2Et} (1 - 2\nu) \quad (4.4.25)$$

Considerando o elemento de comprimento  $L$ , o deslocamento da extremidade livre  $u_7$  pode ser dado por

$$u_7 = \frac{p_e r_m}{2Et} (1 - 2\nu)L \quad (4.4.26)$$

A partir da equação (4.4.7) e da simetria do problema os esforços de engastamento perfeito serão

$$p_7^e = -p_1^e = -\frac{EA_x}{L} u_7 = -\frac{A_x p_e r_m}{2t} (1 - 2\nu) \quad (4.4.27)$$

Se agora considerarmos o elemento reto com um trecho rígido que não se deforma quando submetido a uma pressão interna  $p_e$ , os mesmos resultados da equação (4.4.27) serão encontrados.

Se o tubo é circular as tensões circunferenciais e longitudinais <sup>3 3</sup> serão:

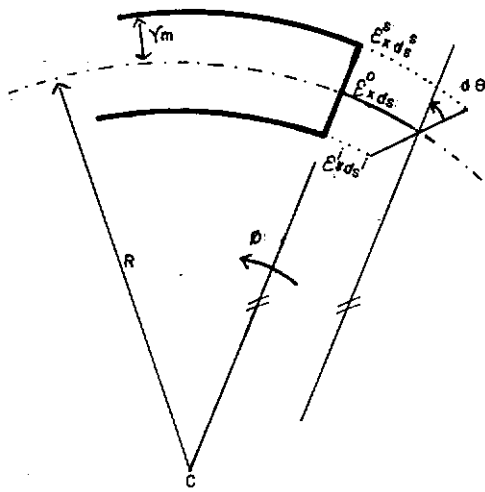
$$\sigma_c = \frac{p_e r_m}{2t} \left( \frac{2R+r_m}{R+r_m} \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} \right) \quad (4.4.28)$$

$$\sigma_x = \frac{p_e r_m}{2}$$

Seguindo procedimento similar ao anterior, a deformação longitudinal será

$$\epsilon_x = \frac{p e r_m}{2Et} \left( 1 - \nu \frac{2R + r_m \sin \alpha}{R + r_m \sin \alpha} \right) \quad (4.4.29)$$

que assume valores máximo, médio e mínimo para  $\alpha = \pi/2$ ,  $\alpha = 0$  e  $\alpha = -\pi/2$ , respectivamente. Chamemos esses valores respectivos de  $\epsilon_x^s$ ,  $\epsilon_x^o$  e  $\epsilon_x^i$ .



FIGURA(4.4.7)

Podemos estimar valores para os esforços de engastamento perfeito supondo que os deslocamentos infinitesimais de uma seção genérica de um elemento engastado na extremidade  $j$  e livre em  $k$ , devidos à pressão, possam ser dados por (vide Figura 4.4.7):

$$dn = \epsilon_x^o ds \quad (4.4.30a)$$

$$d\theta = -\frac{1}{2r_m} (\epsilon_x^s ds^s - \epsilon_x^i ds^i)$$

onde tomamos:  $ds = -Rd\phi$ ,  $ds^s = -(R+r_m)d\phi$  e  $ds^i = -(R-r_m)d\phi$ . O que

nos dará

$$dn = - \sigma_o (1-2\nu) R d\phi \quad (4.4.30b)$$

$$d\theta = \sigma_o (1-\nu) d\phi$$

Aplicando o Princípio dos Trabalhos Virtuais teremos:

$$u_i = \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (-N_{x,i} \sigma_o (1-2\nu) R + M_{z,i} \sigma_o (1-\nu)) d\phi \quad (4.4.31)$$

Utilizando a Tabela (4.4.2) teremos:

$$u_7 = \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \{-R\sigma_o (1-2\nu) \cos\phi + R\sigma_o (1-\nu) (\cos\phi - \cos \frac{\phi}{2})\} d\phi \quad (4.4.32a)$$

$$u_8 = \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \{-R\sigma_o (1-2\nu) \text{sen}\phi + R\sigma_o (1-\nu) (\text{sen}\phi + \text{sen} \frac{\phi}{2})\} d\phi$$

$$u_{12} = \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \{\sigma_o (1-\nu)\} d\phi$$

ou, integrando:

$$u_7 = R\sigma_o \left\{ \phi \cos \frac{\phi}{2} - \left( \phi \cos \frac{\phi}{2} + 2 \text{sen} \frac{\phi}{2} \right) \nu \right\}$$



$$u_8 = - R\sigma_o(1-\nu)\Phi \sin \frac{\Phi}{2}$$

(4.4.32b)

$$u_{12} = - \sigma_o \Phi (1-\nu)$$

onde fizemos:

$$\sigma_o = \frac{p_{em}^r}{2Et} ;$$

(4.4.32c)

e os esforços de engastamento perfeito são obtidos mediante  $p_k^e = -k_{kk} u_k$  e os  $p_j^e$  por simetria do problema.

#### 4.5 - TENSÕES

Geralmente no projeto de tubulações utiliza-se o conceito de tensões admissíveis cujos valores são fixados por normas a partir das tensões de escoamento e de rutura dos diversos aços empregados, introduzindo-se coeficientes dependentes de fatores tais como fadiga em serviços cíclicos, fluência, temperatura de operação, características do serviço (centrais nucleares, de vapor, refinarias, etc.), critérios adotados de cálculo, etc. Como a tubulação encontra-se submetida a um estado múltiplo de tensões os valores de comparação são baseados em critérios de escoamento para materiais dúcteis tais como o de Tresca, geralmente utilizado, ou o de Mises, definindo o que se convencionou chamar de tensões equivalentes<sup>12</sup> ou tensões combinadas.<sup>35</sup>

Critério de Tresca:

De acordo com o critério de Tresca o escoamento

ocorre quando a tensão cisalhante atinge o valor da máxima tensão cisalhante que ocorre em tração simples<sup>3 4</sup>. Como sabemos a máxima tensão cisalhante para o estado triaxial é dado por um dos valores

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3) \\ \tau_2 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \\ \tau_3 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2)\end{aligned}\tag{4.5.1a}$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais.

Consideraremos apenas o estado biaxial, para o qual teremos

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \pm \frac{1}{2} \sigma_2 \\ \tau_2 &= \pm \frac{1}{2} \sigma_1 \\ \tau_3 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2)\end{aligned}\tag{4.5.1b}$$

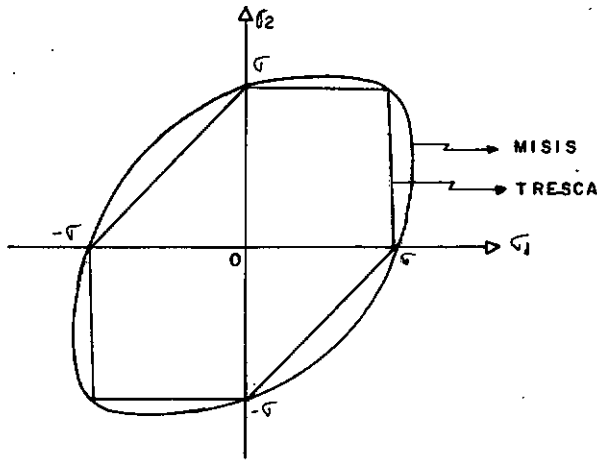
Para o caso de tração simples teremos

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{1}{2} \sigma\tag{4.5.2}$$

onde  $\sigma$  é a tensão de escoamento do aço. A partir de (4.5.2) e (4.5.1b) podemos escrever

$$\begin{aligned}\sigma &= \pm \sigma_2 \\ \sigma &= \pm \sigma_1 \\ \sigma &= \pm (\sigma_1 - \sigma_2)\end{aligned}\tag{4.5.3}$$

como as condições de escoamento de Tresca. A representação geométrica de (4.5.3) no plano  $\sigma_1\sigma_2$  nos dá o polígono da Figura (4.5.1).



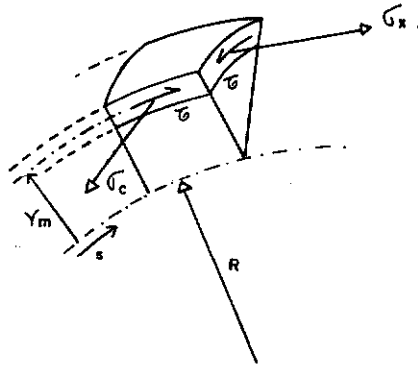
FIGURA(4.5.1)

Chamando  $\sigma_x$  as tensões longitudinais na parede do tubo,  $\sigma_c$  a circunferencial e  $\tau$  a cisalhante (vide Figura(4.5.2)), podemos escrever  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  como

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + \sigma_c + (4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_c)^2)^{1/2} \}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + \sigma_c - (4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_c)^2)^{1/2} \}$$
(4.5.4)

a partir das quais as condições dadas por (4.5.3) podem ser verificadas.



FIGURA(4.5.2)

Critério de Mises:

O critério de v. Mises pode ser enunciado como: o escoamento começa quando a energia de distorção é igual à energia de distorção no escoamento à tração simples<sup>3 4</sup>.

A energia de distorção para o estado triaxial pode ser escrita como<sup>3 4</sup>

$$U_d = \frac{1}{2G} \left\{ \frac{1}{6} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right\} \quad (4.5.5)$$

e para tração simples

$$U_d = \frac{1}{6G} \sigma^2 \quad (4.5.6)$$

igualando as expressões acima obtemos, após simplificar

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \} \quad (4.5.7a)$$

que traduz o critério de Mises para o estado triaxial de tensões. Para o biaxial,  $\sigma_3 = 0$ :

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 ; \quad (4.5.7b)$$

que representa a equação de uma elipse no plano  $\sigma_1$   $\sigma_2$ , (vide Figura (4.5.1)).

Levando em (4.5.7b) as equações (4.5.4) obtemos

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_c^2 - \sigma_x \sigma_c + 3 \tau^2 \quad (4.5.7c)$$

que pode então ser aplicada.

Tensões Equivalentes:

Definindo a tensão básica admissível como  $\bar{\sigma}$ , a tensão equivalente deve ser tal que

$$\sigma_{eq} \leq \bar{\sigma} \quad (4.5.8)$$

onde  $\sigma_{eq}$  pelo critério de Tresca é dada por

$$\sigma_{eq} = \max \{ \sigma_1, \sigma_1 - \sigma_2 \} \quad (4.5.9a)$$

onde

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + \sigma_c + (4\tau^2 + (\sigma_x - \sigma_c)^2)^{1/2} \} \quad (4.5.9b)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \{ (\sigma_x - \sigma_c)^2 + \tau^2 \}$$

e pelo critério de v. Mises:

$$\sigma_{eq} = (\sigma_x^2 + \sigma_c^2 - \sigma_x \sigma_c + 3\tau^2)^{1/2} \quad (4.5.10)$$

As tensões  $\sigma_x$ ,  $\sigma_c$  e  $\tau$  são dadas por

$$\sigma_x = \{ (\beta_p M_z / W)^2 + (\beta_g M_y / W)^2 \}^{1/2}$$

$$\sigma_c = \frac{p e^r_m}{t} \quad (4.5.11)$$

$$\tau = \frac{M_x}{W_p}$$

Como se pode observar das equações acima, desprezamos as tensões devidas a  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$ .

Os valores de  $\beta_p$  e  $\beta_g$  são os fatores de intensificação de tensões que objetivam levar em conta a concentração de tensões em interseções, em elementos curvos devidos a ovalização, etc.

Opcionalmente o programa permite a inclusão das tensões devidas a  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$ , porém com seus valores absolutos.

#### 4.6 - FATORES DE FLEXIBILIDADE E DE TENSÕES

A teoria e a experiência têm demonstrado que a análise dos tubos retos pela teoria das vigas conduz a bons resultados. Como se sabe, entretanto, a análise de tubos curvos pela teoria das vigas conduz geralmente a deformações e tensões bem menores do que as realmente observadas. Isto devido à ovalização da seção transversal do tubo quando submetido a momentos em suas extremidades, incapaz de ser prevista pela teoria das vigas. A observação e o estudo do fenômeno de ovalização, a qual fornece maior flexibilidade ao tubo, não é recente e remonta ao início do século. Desde então um grande número de trabalhos tem surgido sobre o assunto (um excelente histórico pode ser encontrado, até o ano de 1955, na referência (12)) baseados na teoria das cascas, experimentos ou, recentemente, utilizando a técnica dos elementos finitos.

O principal resultado fornecido pelos pesquisadores é que os efeitos da ovalização das curvas pode ser levado em consideração na análise de sistemas de tubulações mediante a in-

trodução de um fator de flexibilidade definido como a razão entre a flexibilidade real que possui a curva e aquela prevista pela teoria das vigas. Observa-se também que a ovalização atinge a distribuição de tensões na seção do tubo de forma que a máxima tensão longitudinal ocorre mais perto do eixo neutro da seção transversal. A razão entre a máxima tensão longitudinal que ocorre na curva e aquela prevista pela teoria convencional das vigas é denominado fator intensificador de tensões.

O estudo dos fatores de flexibilidade e de tensões tem ocupado um vasto espaço na literatura especializada e constitui-se por si um amplo campo de pesquisas ainda em aberto. O objetivo desta seção é unicamente esclarecer quais os fatores assumidos pelo programa e de como o usuário pode dispor deles, ou de outros que julgar mais adequados ao seu problema particular.

A solução básica aqui utilizada é a devida a Kafka,<sup>27</sup> que leva em conta a redução do fator de flexibilidade pela existência da pressão interna. Kafka em seu trabalho parte das equações constitutivas das cascas de revolução em flexão, considerando que na direção meridional a superfície média da cascas é inextensível e que na direção dos paralelos somente as forças normais causam deformações; aplicando o princípio de energia potencial mínima e propondo uma solução em série de senos para os deslocamentos circunferenciais, chega aos seguintes fatores para momentos idênticos aplicados às extremidades do tubo, considerando dois termos da série citada:

$$f = 1 / \{ 1 + D_5 (a_{11}^2 \rho_1^2 + a_{22}^2 \rho_2^2 - 2a_{21} \rho_1 \rho_2 - 2b_1 \rho_1 - 2b_2 \rho_2) \} \quad (4.6.1)$$

$$\beta = 1 + \frac{4\rho_2 - 2\rho_1}{r_m}, \text{ se } 60\rho_2 + r_m > 6\rho_1$$

$$\beta = \sqrt{z} \left\{ 1 - \frac{2z\rho_1}{r_m} - \frac{\rho_2}{r_m} (20z - 24z^2) \right\},$$
(4.6.2)

se  $60\rho_2 + r_m < 6\rho_1$ , onde as constantes não definidas são

$$z = \frac{3\rho_1 + 30\rho_2 - \{(3\rho_1 + 30\rho_2)^2 - 120 r_m \rho_2\}^{1/2}}{120\rho_2}$$

$$\rho_1 = (a_{12} b_2 + a_{22} b_1) / (a_{11} a_{22} - a_{12}^2)$$

$$\rho_2 = (a_{12} b_1 + a_{11} b_2) / (a_{11} a_{22} - a_{12}^2)$$

$$a_{11} = \frac{5}{2} D_1 + 36 D_2 + \frac{144}{15} D_3 + 12\pi p_e$$

$$a_{12} = \frac{5}{4} D_1 + \frac{96}{7} D_3$$

$$a_{22} = \frac{17}{2} D_1 + 3600 D_2 + \frac{1600}{7} D_3 + 240\pi p_e$$

$$b_1 = \frac{3}{2} D_1 r_m + 4 D_4$$

$$b_2 = 8 D_4$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$D_1 = \frac{Etr_m\pi}{R^2(1-\nu^2)}$$

$$D_2 = \frac{\pi D}{r_m^3}$$

$$D_3 = \frac{\nu D}{Rr_m^2}$$



$$D_4 = \frac{vD}{Rr_m}$$

$$D_5 = \frac{R^2(1-v^2)}{\pi Et r_m^2}$$

Os resultados da aplicação destas fórmulas foram comparados pelo próprio Kafka<sup>27</sup> e por Rodabaugh<sup>28</sup> com resultados experimentais demonstrando serem valores seguros para tubos usuais com  $\frac{R}{r_m} > 2.2$ .

Os valores de  $f$  e  $\beta$  fornecidos referem-se a deformação no plano da curva e tensões tangenciais correspondentes. Como orientação geralmente seguida consideramos adicionalmente que  $f = f_p = f_g$  e  $\beta = \beta_g = \beta_p$ . Quando a pressão interna é nula a fórmula de  $f$  fornecida por Kafka devido a um termo da série apenas (vide ref. 27), reduz-se ao fornecido por von Karman<sup>12 42</sup>.

Posteriormente Rodabaugh sugeriu simplificações na teoria desenvolvida por Kafka obtendo resultados mais simples. Os resultados comumente empregados<sup>11</sup> aproximados por Rodabaugh são

$$f = (1.65/\lambda) / \{1 + 6 \frac{p_e}{E} (r_m/t)^{7/3} (R/r_m)^{1/3}\} \quad (4.6.3)$$

$$\beta = (0.90/\lambda^{2/3}) / \{1 + 3.25 \frac{p_e}{E} (r_m/t)^{5/2} (R/r_m)^{2/3}\}$$

onde  $\lambda$  é o valor característico do tubo dado por

$$\lambda = \frac{tR}{2r_m} \quad (4.6.4)$$

Fazendo  $p_e = 0$  na fórmula acima para  $f$  teremos a solução assintótica encontrada por Clark<sup>43</sup>, que, para  $\lambda \leq 1$  fornece valores muito próximos da solução de von Karman para a  $n$ -ésima aproximação. Enquanto que  $p_e = 0$  na fórmula de  $\beta$  fornece valor aproximadamente igual ao encontrado por Clark<sup>43</sup> ( $\beta = 0.84/h^{2/3}$ ) para flexão no plano. O valor de 0.90 em lugar de 0.84 é sugerido pela norma ANSI.B.31<sup>11 35</sup> quando se usa<sup>12</sup>  $\beta_p = \beta_g$  condizentes com observações experimentais sobre fadiga do aço nos ciclos de operações<sup>11 12 35</sup>.

Os pesquisadores observaram também que flanges colocadas nas extremidades dos tubos reduzem o fator de flexibilidade. A norma ANSI.B.31 recomenda o uso de um fator multiplicativo sobre  $f$  e  $\beta$

$$\begin{aligned} c_1 &= \lambda^{1/6} \\ c_2 &= \lambda^{1/3} \end{aligned} \quad (4.6.5)$$

respectivamente para uma e duas flanges nas extremidades.

Se a curva é constituída por gomos a característica  $\lambda$  do tubo deve ser usada de acordo com os raios equivalentes das equações (4.2.17a,b), ou seja<sup>12</sup>

$$\begin{aligned} \lambda_g &= \frac{tR_e}{r_m^2} = \frac{\cotg\psi}{2} \frac{te}{r_m^2}, \text{ para } \frac{e}{r_m} - \tg\psi < 1, \\ \lambda_g &= \frac{1+\cotg\psi}{2} \frac{t}{r_m}, \text{ para } \frac{e}{r_m} - \tg\psi > 1., \end{aligned} \quad (4.6.6)$$

com a nomenclatura utilizada na seção(4.2). Observa-se ainda nestes elementos <sup>11 12 35 36</sup> uma redução adicional no fator de flexibilidade dado pela primeira equação (4.6.3). A referência(12) aconselha o uso de 1.52 em lugar de 1.65 e  $\lambda = \lambda_g^{5/6}$ . Este procedimento é também recomendado pelo ANSI.B.31. Desta forma teremos, para curvas com gomos

$$f = (1.52 / \lambda_g^{5/6}) / \{1 + 6 \frac{P_e}{E} (\frac{r_m}{t})^{7/3} (\frac{R_e}{r_m})^{1/3}\} \quad (4.6.7)$$

$$\beta = (0.90 / \lambda_g^{2/3}) / \{1 + 3.25 \frac{P_e}{E} (\frac{r_m}{t})^{5/2} (\frac{R_e}{r_m})^{2/3}\}$$

As fórmulas de (4.6.1) a (4.6.7) são as efetivamente utilizadas pelo programa. Quaisquer outros fatores de flexibilidade ou de tensões entretanto podem ser fornecidos como dados de entrada que terão prioridade sobre os calculados automaticamente.

#### 4.7 - APOIOS INCLINADOS

Nas tubulações de configuração espacial às vezes são projetados suportes localizados que impedem o deslocamento da tubulação naqueles pontos em direções diferentes daquelas determinadas pelo sistema global XYZ. Nestes casos as equações de equilíbrio correspondentes ao nó com direção inclinada qualquer serão montadas não mais no sistema XYZ, porém em um sistema  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  convenientemente escolhido pelo usuário.

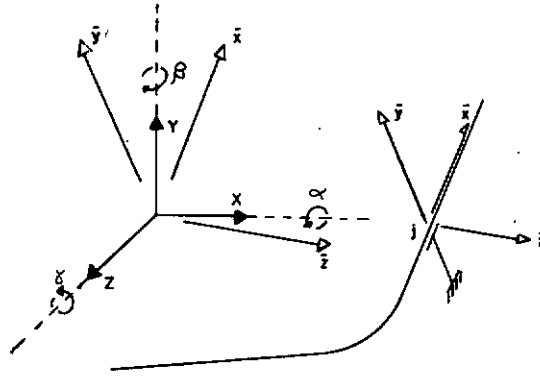


FIGURA (4.7.1)

Seja para isso a matriz  $\bar{R}_j$  de rotação do sistema XYZ para o sistema  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  (vide a Figura (4.7.1) que define a inclinação do suporte, tal que os deslocamentos e esforços generalizados descritos nesses dois sistemas se relacionem por

$$\bar{q}_j^i = \bar{R}_j q_j^i \quad (4.7.1)$$

$$\bar{Q}_j^{i,a} - \bar{Q}_j^{i,e} = \bar{R}_j (Q_j^{i,a} - Q_j^{i,e})$$

onde o índice  $i$  refere-se a um elemento genérico conectado à junta  $j$  que possui um suporte inclinado.

A equação de equilíbrio (2.1.2b) pode então ser escrita

$$\begin{bmatrix} \bar{R}_j^t (\bar{Q}_j^{i,e} - \bar{Q}_j^{i,a}) \\ Q_k - Q_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{jj}^i & K_{jk}^i \\ K_{kj}^i & K_{kk}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{R}_j^t \bar{q}_j^i \\ q_k^i \end{bmatrix} \quad (4.7.2a)$$

ou sob a forma expandida

$$\bar{R}_j^t (\bar{Q}_j^{i,a} - \bar{Q}_j^{i,e}) = (K_{jj}^i \bar{R}_j^t) \bar{q}_j^i + K_{jk}^i q_k^i \quad (4.7.2b)$$

$$(Q_k^{i,a} - Q_k^{i,e}) = (K_{kj}^i \bar{R}_j^t) \bar{q}_j^i + K_{kk}^i q_k^i.$$

Pré-multiplicando a primeira dessas equações por  $\bar{R}_j$ , e tendo em vista que  $\bar{R}_j \bar{R}_j^t = \underline{I}$ , obtemos

$$(\bar{Q}_j^{i,a} - \bar{Q}_j^{i,e}) = (\bar{R}_j K_{jj}^i \bar{R}_j^t) \bar{q}_j^i + (\bar{R}_j K_{jk}^i) q_k^i \quad (4.7.2c)$$

$$(Q_k^{i,a} - Q_k^{i,e}) = (K_{kj}^i \bar{R}_j^t) q_j^i + (K_{kk}^i) q_k^i$$

notando-se que temos  $\bar{R} K_{jk}^i = (K_{kj}^i \bar{R}_j^t)^t$ , ou seja, podemos colocar as equações acima sob a forma matricial com uma nova matriz  $\bar{K}^i$  ainda simétrica

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_j^{i,a} - \bar{Q}_j^{i,e} \\ Q_k^{i,a} - Q_k^{i,e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_j K_{jj}^i \bar{R}_j^t & \bar{R}_j K_{jk}^i \\ K_{kj}^i \bar{R}_j^t & K_{kk}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_j^i \\ q_k^i \end{bmatrix} \quad (4.7.2d)$$

onde  $\bar{K}^i$  será

$$\bar{K}^i = \begin{bmatrix} \bar{R}_j K_{jj}^i \bar{R}_j^t & \bar{R}_j K_{jk}^i \\ K_{kj}^i \bar{R}_j^t & K_{kk}^i \end{bmatrix} \quad (4.7.3a)$$

se a junta  $j$  é inclinada; e se em vez de  $j$ ,  $k$  é a junta inclinada:

$$\bar{\tilde{K}}^i = \begin{bmatrix} \bar{K}_{jj}^i & \bar{K}_{jk}^i & \bar{R}_k^t \\ \bar{R}_k & \bar{K}_{kk}^i & \bar{R}_k^t \end{bmatrix} \quad (4.7.3b)$$

e, se ambas o são:

$$\bar{\tilde{K}}^i = \begin{bmatrix} \bar{R}_j & \bar{K}_{jj}^i & \bar{R}_j^t & \bar{R}_j & \bar{K}_{jk}^i & \bar{R}_k^t \\ \bar{R}_k & \bar{K}_{kj}^i & \bar{R}^t & \bar{R}_k & \bar{K}_{kk}^i & \bar{R}_k^t \end{bmatrix} \quad (4.7.3c)$$

onde  $\bar{R}_k$  é a matriz de rotação para a junta inclinada  $k$ .

O procedimento de montagem segue então idêntico ao descrito no Capítulo II, agora com  $\bar{\tilde{K}}^i$ , e com os esforços  $\bar{Q}_j^{i,e}$ , e por

$$\bar{Q}_j^{i,e} = \bar{R}_j \bar{Q}_j^{i,e}. \quad (4.7.4)$$

As cargas aplicadas ao nó inclinado,  $\bar{Q}_j^a$ , devem ser fornecidas no próprio sistema  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  pelo usuário ao programa.

Os esforços nas extremidades dos elementos serão dados por

$$\underline{p}^{i,a} = \underline{k}^i \underline{R}^i \begin{bmatrix} \underline{\bar{R}}_j \\ \dots \\ \underline{\bar{R}}_k \end{bmatrix} \underline{\bar{q}}^i + \underline{p}^{i,e} \quad (4.7.5)$$

de acordo com (2.1.12) e (4.7.1) se j e k forem juntas inclinadas.

As reações serão fornecidas no sistema  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  mediante a equação (2.1.13) devidamente modificada.

O usuário deve fornecer os três ângulos  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\alpha$  necessários para a formação da matriz de rotação  $\underline{\bar{R}}_j$ . Onde  $\beta$  é a rotação a ser dada ao eixo Y,  $\gamma$  ao eixo Z e  $\alpha$  ao eixo X, para que os sistemas coincidam. As rotações a serem dadas devem obedecer esta ordem:  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\alpha$ .

No caso de excitação sísmica, a equação do movimento deve ser modificada semelhantemente. Para isso modificamos a matriz de massa de forma idêntica à matriz de rigidez (o que também é feito para vibrações livres). O segundo termo da equação (3.2.2) deve também ser modificado. Isto é feito trabalhando sobre o vetor  $\underline{r}$ . Sendo  $\underline{r}_j$  a partição do vetor  $\underline{r}$  correspondente a junta inclinada j, teremos

$$\underline{\bar{r}}_j = \underline{\bar{R}}_j \underline{r}_j, \quad (4.7.6)$$

e a análise prossegue como descrita, considerando que a aceleração do sismo seja fornecida no sistema XYZ.

#### 4.8 - APOIOS ELÁSTICOS

Os coeficientes de mola (rigidez) característicos

dos apoios elásticos são adicionados diretamente na diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura, na direção correspondente à restrição elástica. Sendo a restrição elástica aplicada em uma direção inclinada em relação aos eixos XYZ o usuário pode dispor do procedimento do parágrafo anterior.

#### 4.9 - DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

Os deslocamentos prescritos são introduzidos mediante a técnica dos "zeros e um", ou a técnica do "número grande". A opção fica por conta do usuário. Em ambos os casos é permitida a prescrição de deslocamentos não nulos. Para o caso de restrições a direções inclinadas deve-se observar o exposto no parágrafo 4.7.

#### 4.10 - JUNTAS DE EXPANSÃO

As juntas de expansão podem ser introduzidas na tubulação a ser analisada. Para isto procedemos a uma condensação estática a nível do elemento <sup>3 2</sup> da direção, ou direções, livre de deslocar-se. Desta forma a junta (nó) estrutural deve estar posicionada imediatamente ao lado da junta de expansão. O elemento terá então sua direção correspondente (1 a 12) livre de deslocar-se. Serão efetuados testes para verificação da estabilidade do elemento na introdução das liberações (não devem ser liberadas as direções 1 e 7, ou 2 e 8,..., simultaneamente).



## V - PROGRAMA COMPUTACIONAL

### 5.1 - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

O programa foi desenvolvido em linguagem Fortran para o Sistema B/6700 da Burroughs, existente no NCE/UFRJ. Com o objetivo de facilitar o seu uso, bem como possíveis modificações, segue-se uma descrição de suas etapas básicas.

#### Programa Principal:

Trabalha em forma univetorial. Todas as variáveis indexadas encontram-se armazenadas dentro de um único arranjo unidimensional (vetor A). Tendo em vista o fato de não trabalharmos com partição por blocos<sup>9</sup>, toda a matriz de rigidez acha-se armazenada a um só tempo no vetor A, juntamente com a matriz de massa (discreta ou consistente), autovetores, vetores e matrizes auxiliares, etc. Embora tenha sido dado um caráter dinâmico à armazenagem de cada vetor, ou matriz, dentro do vetor A (vide explicações concernentes à sub-rotina RESER), a área resultante disponível para a matriz de rigidez torna-se limitada, evidentemente, a um número de posições (de memória) inferior à possível para o vetor A (65.535 posições para o B/6700), dependente das características da tubulação a ser analisada. Com o intuito de sanar esse problema uma opção é fornecida na qual se pode dispor de um vetor C unicamente para a matriz de rigidez e/ou um vetor D para a matriz de massa. Desta forma, no B/6700 o programa limita-se a analisar tubulações cujas matrizes de rigidez não ultrapassem 65.535 posições. Tendo em vista o esquema descrito para armazenagem dos coeficientes das matrizes  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  isto equivale a uma estrutura com número de nós em torno de 1100, número esse

difícilmente encontrável na prática.

Na Figura (5.1.1) pode ser visto um diagrama de blocos do programa principal.

Sub-Rotinas:

RESER - Para efeito de utilização de memória o programa foi dividido em 5 etapas. A função de Reser é determinar as posições que cada arranjo ocupará dentro do arranjo global A ao início de cada etapa; verificar se há área disponível (não havendo o programa para, com mensagem de erro, indicando qual deve ser o dimensionamento do arranjo A); imprimir o número total de posições ocupadas a cada etapa pelo arranjo A; ocupar com arranjos úteis as sub-áreas de A antes ocupadas por arranjos já desnecessários.

GERAC - Gera as coordenadas dos nós a partir das coordenadas de um nó inicialmente fornecido. A leitura é mediante o formato

JI, JF, DX, DY, DZ: Formato 2I5, 3E10.0

O primeiro cartão deve conter em JI (ou JF) o número da junta inicial (qualquer) que se tomará como de partida. DX, DY e DZ para o primeiro cartão serão assim as coordenadas do nó inicial JI (ou JF). A partir do segundo cartão deve-se fornecer JI (cujas coordenadas já devem ter sido previamente calculadas internamente) que será a junta sobre cujas coordenadas se incrementará DX, DY e DZ para se obter as coordenadas de JF. Se JI não for fornecida, o programa assume que JI será a junta JF do

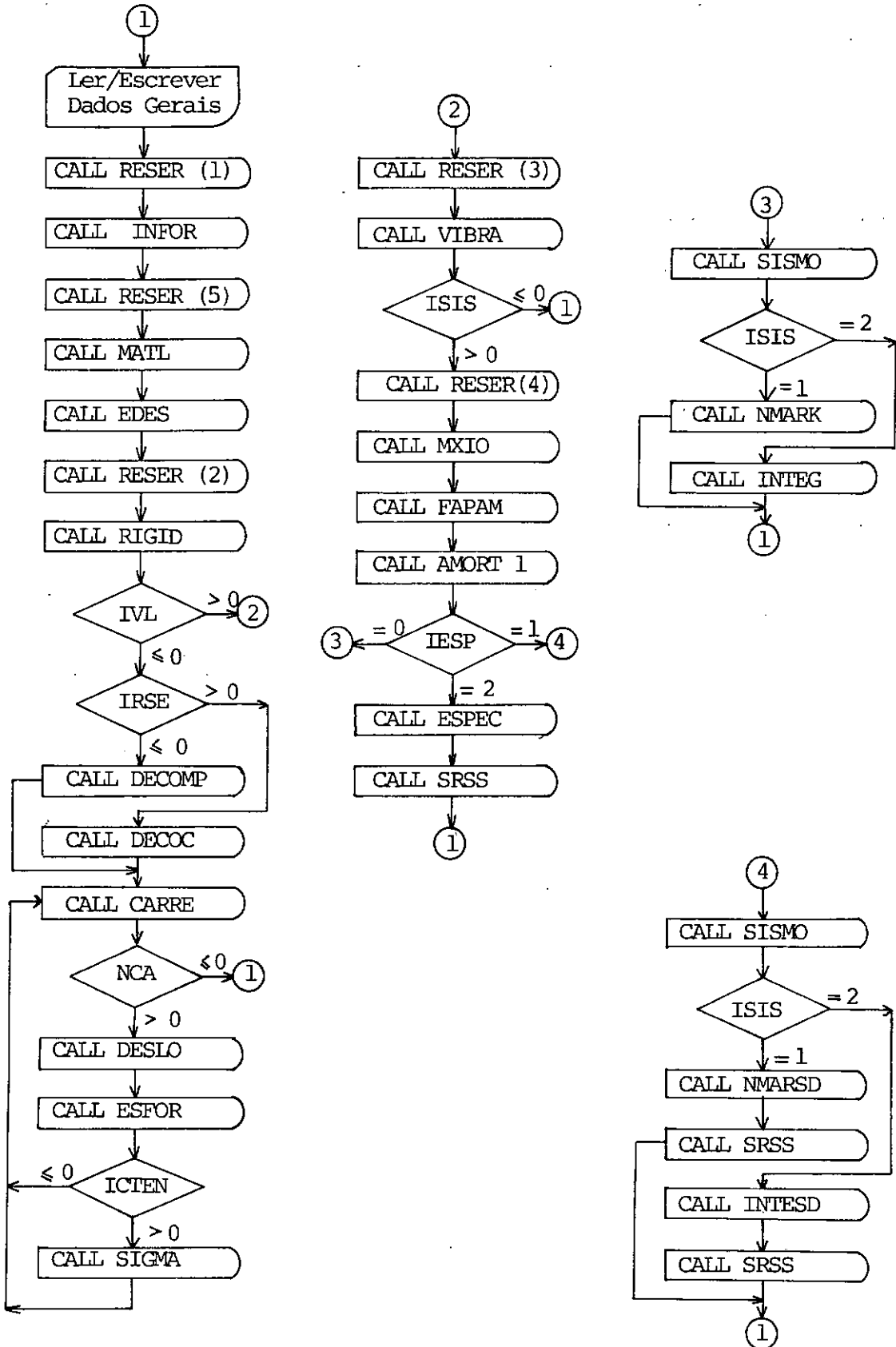


Figura (5.1.1)

cartão imediatamente anterior. Teremos, portanto, a partir do segundo cartão:

$$X(JF) = X(JJ) + DX$$

$$Y(JF) = Y(JJ) + DY$$

$$Z(JF) = Z(JJ) + DZ$$

INFOR - Lê e escreve dados topológicos da tubulação. Utiliza as sub-rotinas ROTEL e ROTJI para formação das matrizes de rotação do elemento e da junta inclinada respectivamente.

ROTEL - Forma a matriz de rotação do elemento.

ROTJI - Forma a matriz de rotação da junta inclinada.

MATL - Lê, escreve e manipula os dados concernentes às propriedades intrínsecas aos elementos ou ramais. Forma os fatores de tensões e flexibilidade mediante as sub-rotinas FLEX1, FLEX2, FTEN1, FTEN2. Foi introduzido um pequeno número de declarações visando efetuar um controle de consistência de da dos detectando alguns erros mais comuns ao seu fornecimento.

FLEX1 - Calcula o fator de flexibilidade segundo as expressões (4.6.3) a (4.6.7).

FTEN1 - Calcula o fator de tensões segundo as expressões (4.6.3) a (4.6.7).

FLEX2 - Calcula o fator de flexibilidade segundo a expressão (4.6.1).

FTEN2 - Calcula o fator de tensões pela expressão (4.6.2).

EDES - Calcula o endereço dos elementos da diagonal principal das matrizes de rigidez e massa consistente a partir conectividade dos elementos.

RIGID - Monta as matrizes de rigidez e massa consistente e introduz as condições de contorno nessas matrizes mediante a técnica do número grande ou a técnica dos zeros e um através da sub-rotina Teczu. Se o problema for estático modifica o vetor de cargas também. Introduz apoios elásticos, liberações e juntas inclinadas, se houverem.

RIRET - Forma as matrizes dos elementos, de rigidez e massa, de eixo reto e seção constante.

RIRER - Forma a matriz de rigidez de cada elemento reto com trecho rígido.

RICUC - Forma as matrizes de rigidez e massa dos elementos de eixo curvo circular e seção constante.

RICUQ - Forma a matriz de rigidez de cada elemento curvo de eixo não circular e seção constante.

QSF - (IBM) - Utilizada para integração numérica das expressões decorrentes de RICUQ.

INVER - Inverte pelo método da partição as matrizes  $\tilde{f}_{kk}$  decorrentes de RICUC, RICUQ e as matrizes  $\tilde{X}$  decorrentes de RICUC.

TECZU - Introduz as condições de contorno nos sistemas de equações (em  $\underline{K}$ ,  $\underline{M}$  e  $\underline{Q}$  mediante a técnica dos zeros e um, onde  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  são matrizes armazenadas segundo o esquema de esparsidade utilizado pelo programa).

DECOC - Decompõe a matriz  $\underline{K}$  segundo o esquema da seção (2.2.2.1).

DECOMP - Idem, segundo o esquema da seção (2.2.2.2)

CARRE - Forma o vetor de cargas combinadas nos nós proveniente dos diversos carregamentos estáticos atuantes da estrutura.

TEMPE - Calcula os esforços de engastamento perfeito devidos a variações de temperatura.

ESFPR - Idem, devidos à pressão interna.

PPMR - Idem, relativos à cargas de gravidade, para o elemento reto.

PPMC - Idem, idem, para os elementos curvos circulares.

PPMRTR - Idem, idem, relativos aos elementos retos com trechos rígidos.

LIBER - Modifica os esforços de engastamento perfeito para os elementos com liberações.

DESLO - Calcula, através de RESOC ou REDBAK, os deslocamentos dos nós da estrutura. Imprime os deslocamentos.

RESOC - Resolve o sistema de equações lineares segundo o esquema da seção (2.2.2.1).

REDBAK - Idem, segundo o esquema da seção (2.2.2.2).

ESFOR - Calcula os esforços nas extremidades dos elementos, e as reações de apoio.

SIGMA - Calcula as tensões equivalentes baseadas nos critérios de Tresca e/ou Mises, segundo o esquema da seção (4.5).

VIBRA - Sub-programa para determinação das características vibratórias. Mediante VEMAD monta a matriz de massas discretas, e mediante SSPACE e auxiliares determina os autovalores e autovetores.

VEMAD - Monta a matriz de massa discreta quando for o caso.

SSPACE - Resolve o problema de autovalores e autovetores pelo método de iteração de sub-espacos.

JACOBI - Resolve o problema de autovalores e autovetores dos operadores projetados mediante o método de Jacobi generalizado.

SCHECK - Aplica a propriedade da sequência de Sturm para verificação de se todos os autovalores requeridos foram realmente encontrados.

MULT - Multiplica uma matriz de coeficientes armazenados segundo o esquema utilizado para  $\underline{K}$  (e  $\underline{M}$ ) por um vetor. Utilizada por SSPACE para efetuar o produto  $\underline{M}\underline{X}_{k-1}$  (equação (3.1.15)) e pela sub-rotina MXIO para o produto  $\underline{M}\underline{r}$  (equação (3.2.7)).

MXIO - Forma o vetor  $\underline{r}$  e mediante MULT encontra  $\underline{M}\underline{r}$ .

FAPAM - Forma o fator de participação sísmica para cada modo.

AMORT1 - Encarregada de ler o coeficiente de amortecimento crítico.

SISMO - Lê o sismo digitado em iguais intervalos de tempo  $\Delta t$ . Ou o determina mediante a função

$$a_s(t) = (FAC/3.28) t e^{-0.333t} \sum_{j=1}^K \cos(\omega_j t + \psi_j)$$

onde FAC,  $\omega_j$  e  $\psi_j$  são valores fornecidos como dados.

ESPEC - Lê os valores dos espectros dados por uma das equações (3.3.2) e calcula  $S_d$ , se for dado  $S_a$  ou  $S_v$ , pela equação (3.3.4).

NMARSD - Calcula  $S_d$  a partir do sismo digitado mediante o método de Newmark.

INTESD - Idem, de acordo com o primeiro método descrito na seção (3.4).



INTEG - Calcula as coordenadas normais  $\eta_i$  da equação (3.2.6) de acordo com o primeiro método da seção (3.4).

NMARK - Idem, de acordo com o método de Newmark.

MABS - Auxiliar de INTEG e INTESD. Calcula  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$  da equação (3.4.6b).

SRSS - Calcula os deslocamentos modais máximos e mediante ESFOR e SIGMA os esforços e tensões equivalentes correspondentes. Acha o valor médio quadrático destes deslocamentos, esforços e tensões.

Das sub-rotinas descritas é importante salientar que: as sub-rotinas SSPACE, JACOBI, SCHECK, MULT, REDBAK e DECOMP são adaptações das correspondentes encontradas na referência (14); as sub-rotinas QSF, LIBER e INVER podem ser encontradas na referência (32); e a sub-rotina SISMO é uma versão da sub-rotina DI-SIS da referência (16).

## 5.2 - MANUAL DE ENTRADA DE DADOS

A seguir apresentamos um manual de entrada de dados onde as variáveis possuem o seguinte significado:

NE - Número da estrutura (arbitrário) a ser analisado.

NGM - Número de grupo de elementos com propriedades (lidas pela sub-rotina MATL) idênticas. Pode ser, por exemplo, um ramal.

ITICC - Índice indicador da técnica de introdução das condições de contorno.

IVL - Indicador de que a análise é de vibrações livres, seguida ou não de análise sísmica.

IRSE - Indicador do método a ser utilizado para resolução do sistema de equações estático ou apenas a triangularização de  $\underline{K}$  se a análise for dinâmica.

IMCD - Indicador de análise com massa consistente ou discreta.

M - Número de elementos.

NJ - Número de juntas (nós).

NJR - Número de juntas com pelo menos uma direção fixa.

NAE - Número de apoios elásticos.

MR - Número de elementos retos.

MCC - Número de elementos com eixo curvo circular.

MCQ - Número de elementos com eixo curvo não circular.

MLB - Número de elementos com liberações.

NJRI - Número de juntas inclinadas.

MRTR - Número de elementos retos com trecho rígido.

IB - Vetor auxiliar indicador de direções restringidas.

J - Número de uma junta genérica.

JJ(I) - Número da junta  $j$ ,  $< k$ , do elemento I.

JK(I) - Número da junta  $k$ ,  $> j$ , do elemento I.

ITM - Indicadores de tipo do elemento.

IFOR

NP - Número de pontos que se dividiu o elemento curvo não circular ( $\leq 13$ ).

NRAD - Indicador de se os ângulos  $\phi$  de cada ponto da divisão do elemento curvo não circular serão dados ou não em radianos (não = 0).

AA - Indicador de fornecimento do ponto P que define o plano xy do elemento.

XP, YP, ZP - Coordenadas globais do ponto P.

RAIO - Raio da curva.

W - Peso por unidade de comprimento ou massa por unidade de comprimento, do elemento, se a análise for estática ou dinâmica, respectivamente.

NFL - Número de flanges nas extremidades do elemento curvo (= 0, 1 ou 2).

IIPR - Se  $> 0$ , considera-se a tensão circunferencial devida à pressão no cálculo de  $\sigma_{eq}$ .

IINX - Se  $> 0$ , considera-se a tensão longitudinal devida a  $N_x$  no cálculo de  $\sigma_{eq}$ .

IINC - Se  $> 0$ , considera-se a tensão cisalhante devido a  $N_y$  e  $N_z$  no cálculo de  $\sigma_{eq}$ .

NROOT - Número de autovalores requeridos na análise.

NC - Mínimo  $\{2NROOT, NROOT+8\}$

RTOL - Tolerância de convergência em SSPACE (geralmente  $10^{-6}$ ).

NITEM - Número máximo tomado de iterações em SSPACE (geralmente  $\leq 16$ ).

IFSS - Se  $> 0$ , será efetuada a verificação pela propriedade da seqüência de Sturm.

IFPR - Se  $> 0$ , serão impressos resultados parciais a cada iteração de sub-espacos.

IMJ - Número de juntas com massas concentradas adicionais.

ICPP - Índice de cálculo automático do peso próprio.

ICTEN - Calcula tensões ( $\sigma_{eq}$ ) se maior que zero.

ICPR - Consideração dos esforços de engastamento devidos à pressão conforme seção (4.4.3).

NCA - Número do carregamento (identificador sem função interna).

NJC - Número de juntas com cargas diretamente aplicadas.

MRC - Número de elementos retos carregados.

MCCC - Número de elementos curvos circulares carregados.

MRTRC - Número de elementos retos com trecho rígido carregados.

LDE - Número de elementos com esforços de engastamento a serem fornecidos.

NJRNN - Número de deslocamentos estáticos prescritos (ITICC=0).

MTEMP - Número de elementos com variação de temperatura.

ISIS - Índice de análise sísmica; se igual a 1 será empregado o método de Newmark, se igual a 2 será empregado o outro método (integração explícita).

IESP - Índice do tipo de análise sísmica; se igual a zero: transiente; se igual a 1: espectral com sismo fornecido; se igual a 2: espectral com espectro fornecido.

ITESP - Indicador do tipo de espectro fornecido.

KFRES - Número de frequências e ângulos de fase do sismo simulado.

NINSI - Número de intervalo em que foi digitado o sismo.

DELSI - Intervalo de tempo constante utilizado para digitar o sismo.

$\delta, \alpha$  - Constantes do método de Newmark.

ICITE - = 0 ou 1: imprime resultados a cada 1  $\Delta t$

= n: imprime resultados a cada n  $\Delta t$  (n inteiro).

ILC -  $\leq$  0: coordenadas das juntas fornecidas diretamente.

> 0: fornecidos os incrementos de coordenadas. Vide explicações sobre a sub-rotina GERAC.

Nº de Cartões	Variáveis	Formatos	P.	Comentários
1	NE, NGM, ITICC, IVL, IRSE, IMCD	6I5	PROGRAMA PRINCIPAL	NE > 0 → Continue NE ≤ 0 → Pare = 0 Téc. No. Grande ITICC = 1 Téc. Zeros e Um = 2 Téc. Zeros e Um* * com deslocamentos estáticos prescritos e não nulos, válidos apenas para o primeiro carregamento. IVL ≤ 0 → Análise Estática IVL > 0 → Análise Dinâmica IRSE = 0 → Resolução por GAUSS IRSE > 0 → Resolução por Cholesky IMCD = 0 → Massa Discreta IMDC > 0 → Massa Consistente
2	Comentários	-		55 Colunas por cartão
1	M, NJ, NJR, NAE, MR, MCC, MCQ, MLB, NJRI, MRTR, ILC	11I5		
NJ	J, X, Y, Z	I5, 3F10.0		Se ILC ≤ 0 Vide comentários
NJ	JI, JF, DX, DY, DZ	2I5, 3E10.0		Se ILC > 0 sobre GERAC
NJR	J, IB(I)	7I5		IB(I) = 1 → direção restringida IB(I) = 0 → direção livre
NJRI	J, BETA, GAMA, ALFA	I5, 3F10.2		Nº da junta inclinada e os seus 3 $\chi$ s de rotação (em radianos).

NAE	J, KX, KY, KZ, RKX, RKY, RKZ	I5, 6F10.0
M	I, JJ(I), JK(I), ITM(I), IFOR(I), NP(I), NRAD(I), AA(I), XP(I), YP(I), ZP(I), RAO(I).	8I5, 4F10.2
MCQ	I, (YM(K), K=1, NP(I)), (FI(K), K=1, NP(I)).	I10, 7F10.0, /, 8F10.0, /, 3F10.0.
MRTR	I, L1, L2, WP	I5, 3F10.4

INFOR

INFOR

Nº da junta com apoio elástico, e os coeficientes de mola nas seis direções da junta.
<p>I = número do elemento</p> <p>JJ(I) &lt; JK(I).</p> <p>= -1 Reto com trecho rígido</p> <p>ITM(I) = 0 Reto simples</p> <p>= 1 Curvo</p> <p>= 2 Com gomos</p> <p>IFOR(I) = 0 Curvo circular</p> <p>IFOR(I) = 1 Curvo qualquer</p> <p>NP(I) ≤ 13</p> <p>AA(I) = 0 : o ptº P que define o plano xy do elemento não será fornecido.</p> <p>AA(I) = 1 : será fornecido</p> <p>RAIO(I) → raio da curva para elementos curvos circulares.</p>
<p>YM é a ordenada no sistema xyz local de cada um dos NP pontos em que se dividiu o elemento. FI é o correspondente ângulo <math>\phi \neq \pm \pi/2</math>.</p> <p>FI deve ser daº em radianos se NRAD(I) ≠ 0, e em graus se NRAD(I) = 0.</p>
<p>I = nº do elemento reto com trecho rígido.</p> <p>L1 e L2 (vide figura 4.2.2)</p> <p>WP = peso por unidade de comprimento do trecho rígido menos o peso por unidade de comprimento do tubo.</p>



MLB		I, (LB(I,K),K=1,12)	13I5
NGM ( $\geq 1$ )	1	NEG	I5
	$\frac{\text{NEG}}{16}$	(ELG(I), I=1, NEG)	16I5
	1	E, v, D <sub>e</sub> , t, A <sub>x</sub> , I <sub>p</sub> , P <sub>e</sub> , W	8E10.0
	1	f <sub>p</sub> , f <sub>g</sub> , $\beta_p$ , f <sub>c</sub> , e, $\psi$ , nfl	8E10.0
1		NFTE	I5
NFTE		J, $\beta_p, \beta_g$	I5, 2E10.0

MATL

I = nº do elemento com liberações K = 1, ..., 12 → direções das liberações
Se NGM=1 → fornecer NEG=0, dispensando assim de fornecer os elementos em seguida, que no caso seriam todos.
ELG(I) são os elementos do grupo. Se NGM=1 e NEG=0 não se necessita desses dados.
.(nomenclatura do texto). Se qualquer destas variáveis, for a mesma para o(s) grupo(s) seguintes(s) não há necessidade de repeti-la(s). Havendo modificação em qualquer delas para o grupo seguinte, é suficiente, porém não necessário, fornecê-la(s) isoladamente. Ou se fornece D <sub>e</sub> e t, ou A <sub>x</sub> e I <sub>p</sub> , opcionalmente.
.(Válido somente para os membros curvos do grupo; com exceção de f <sub>c</sub> ). < 0 → despreza def. c <sub>p</sub> /cortante f <sub>c</sub> = 0 → calcula internamente > 0 → assume valor fornecido = 0: FLEX1, FTEN1 f <sub>p</sub> , f <sub>g</sub> , β <sub>p</sub> , β <sub>g</sub> ≥ 1: Assume vals. fornecidos ≥ 100: FLEX2, FTEN2.
Número de fatores de tensões especiais (para intersecções)

## ANÁLISE ESTÁTICA (IVL=0)

ITICC=2	1	NJRN1	J, DX, DY,DZ,RX,RY,RZ	I5 I5, 6F10.0	RIGID	Deslocamentos estáticos prescritos válidos apenas para o primeiro carregamento. Fornecidos apenas se ITICC=2.
(os dados que se seguem podem ser repetidos quantas vezes forem os casos de carregamento)						
Se ITICC=0	1	NCA,NJC,MRC,MCCC,MRTRC, MCQC,LDE,NJRNN,MTEMP, ICPP,ICTEN,ICPR	12I5	CAPRE	→ MCQC = 0 → ICPP = 1: só dos retos → ICPP = 10: retos e curvos	
	NJRNN	J, DX,DY,DZ,RX,RY,RZ			Deslocamentos estáticos prescritos válidos para o carregamento em questão (Se ITICC=0)	
	NJC	J, (Q <sup>a</sup> (I), I=1,6)	I5,6F10.1		Esforços aplicados diretamente aos nós	
	LDE	I, (p <sup>e</sup> (J), J=1,12)	I5,6F10.0,/, 6F10.0		Esforços de engastamento perfeito lidos como dados	
	MRC	I, WX, WY, WZ	I5,3E10.0		Cargas por unidade de comprimento no sistema local do elemento.	
	MCCC	I, WX, WY, WZ	I5, 3E10.0		Idem	
	MRTRC	I, WX, WY, WZ,WPX,WPY, WPZ	I5, 6E10.0		Cargas por unidade de comprimento sobre todo o elemento, e apenas sobre o trecho rígido, respectivamente.	
	MTEMP	I, $\bar{\alpha}$ , T <sub>0</sub> , T <sub>1</sub> , T <sub>2</sub> , T <sub>3</sub>	I5,E10.3,4F.10.0			

Se ICTEN>0	1	ICR,IIPR,IINX,IINC	4I5	SIGMA	$\leq 1$ critério de Tresca ICR = 2 critério de Mises = 3 ambos
ANÁLISE DINÂMICA (IVL > 0)					
	1	NROOT,RTOL,NC,NITEM, IFSS, IFPR,IMJ	I5, E10.0, 5I5	P.P.	
	IMJ	J,MX,MY,MZ,MRX,MRY,MRZ	I5, 6E10.0	P.P.VIBRA	Massas concentradas nas juntas.
	1	ISIS,IESP,ITESP,KFRES NINSI,DELSI,FAC,ICITE	5I5,2F10.0,I5	P.P.	
	1	K	I5	MXIO	Direção do sismo = 1 direção X K = 2 direção Y = 3 direção Z
	1	$\xi$	F5.0	AMORT1	Coefficiente de amortecimento crítico
	$\frac{NINSI+1}{8}$	$a_s(t)$	8F10.4	SISMO	Sismo digitado se KFRES=0 Fornecido se: IESP=0 ou 1.
	$\frac{2 \times KFRES}{8}$	$\omega_j, \psi_j$	8F10.4		Frequências e ângulos de fase do sismo simulado, se KFRES $\neq$ 0 Fornecido se: IESP=0 ou 1.

$\frac{NROOT}{8}$	$S_d$ (ou $S_v$ ou $S_a$ )	8E10.0.	ESPEC	Fornecido se IESP=2 Se ITESP=1: Fornecer $S_d$ Se ITESP=2: Fornecer $S_v$ Se ITESP=3: Fornecer $S_a$
1	$\delta, \alpha, FE$	3F10.0	INTEG (SD) / NMARK (SD) / SRSS	FE=Fator de escala do sismo $\delta$ e $\alpha$ devem ser fornecidos Se ISIS=1 (Newmark)
1	INCD, INCE, INCT	3I5		INCD > 0: cálculo de deslocamentos INCE > 0: cálculo de esforços INCT > 0: cálculo de tensões
1	ICR, IIPR, IINX, IINC	4I5		Fornecido se INCT > 0 IIPR=0

## VI - APLICAÇÕES

## 6.1 - EXEMPLO 1

Na Figura (6.1.1) temos o esquema de uma tubulação tridimensional em perspectiva isométrica, sem escalas. As dimensões indicadas são as nominais. Os trechos de e hj possuem flanges, e as extremidades a e j estão rigidamente ancoradas. Esta configuração foi analisada experimentalmente (escala 1:1) pelos autores da referência (38), submetendo-a a deslocamentos  $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$  na extremidade j, com o objetivo de simular uma variação de temperatura de 60°F a 600°F.

Na Tabela (6.1.1) encontram-se os valores das reações medidas e das calculadas, na extremidade j pela ref.(38), bem como as fornecidas pelo programa considerando a rigidez das flanges infinita (TR), e sem consideração das flanges.

Todos os resultados da Tabela (6.1.1) são baseados nas dimensões nominais em virtude de os autores citados não fornecerem as dimensões reais. Indicam, entretanto, que o provável erro inerente ao experimento situa-se em torno de  $\pm 3\%$ . Os resultados fornecidos pelo programa quando se considera as flanges são tais que o maior desvio não excede 6%.

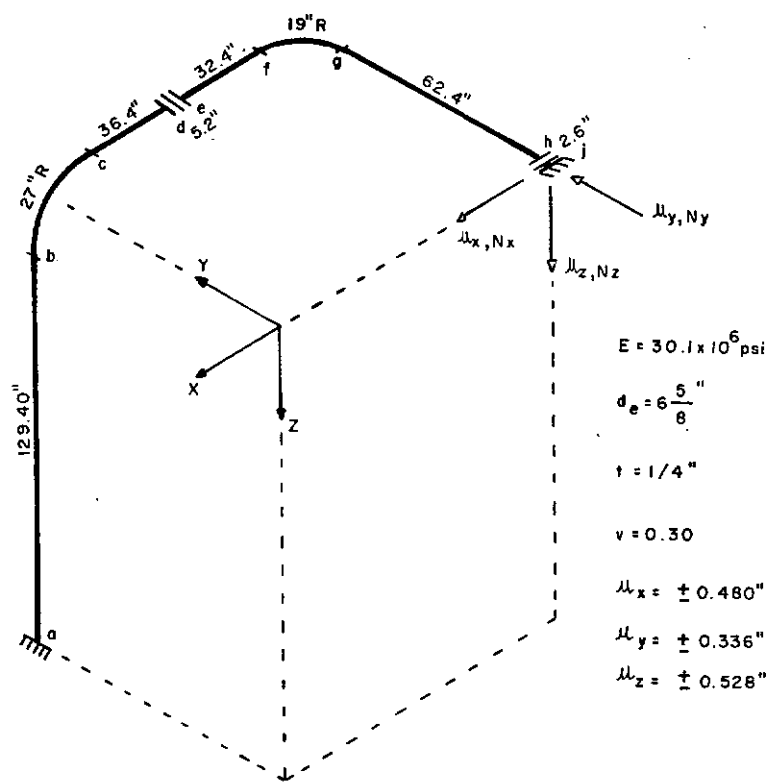


FIGURA (6.1.1)

	Experimental (Ref.: 38)		Reações Calculadas (dimensões nominais) a partir de					
	$\bar{u} = +$	$\bar{u} = -$	Referência 38		Programa (TR)		Programa	
			Valor Abs.	% Erro	Valor Abs.	% Erro	Valor Abs.	% Erro
$N_x$	+1186	-1132	1229	+3.63	1190	+0.34	1155	-2.61
				-8.57		+5.12		+2.03
$N_y$	+375	-375	375	0.00	364	-2.93	363	-3.20
				0.00		-2.93		-3.20
$N_z$	+793	-833	821	+3.53	791	-0.25	766	-3.40
				-1.44		-5.04		-8.04
$M_x$	+48590	-49390	51590	+6.17	49650	+2.18	47818	-1.59
				+4.45		+0.53		-3.18
$M_y$	-27590	+27080	28342	+2.76	27798	+0.79	26845	-2.66
				+4.59		+2.65		-0.87
$M_z$	-62790	+64220	68565	+9.20	66550	+5.99	63748	+1.53
				+6.77		+3.63		+0.73

Tabela (6.1.1)

## 6.2 - EXEMPLO 2

Com o objetivo de verificar a diferença de resultados quando se utiliza os conceitos de massa discreta e consistente foi analisada a tubulação da Figura (6.2.1), composta essencialmente de elementos curvos.

As 5 primeiras frequências (em rad/s) de vibrações no plano e as 5 primeiras fora do plano obtidas com os dois modelos e em duas diferentes discretizações (Figura (6.2.2a e b)) encontram-se na Tabela (6.2.1).

As respostas ao sismo simulado da Figura (6.2.3), normalizado para 0.15 g, aplicado na direção Z, encontra-se na Figura (6.2.4) (momento  $M_x$  no nó B), onde se pode observar que uma diferença perceptível entre as respostas utilizando massa discreta e consistente somente acontece após 2.4 segundos. Para a obtenção dessas respostas utilizou-se a discretização da Figura (6.2.2a), com os 5 primeiros modos de vibração fora do plano, e com  $\xi=0$  para todos os modos. As respostas para a mesma excitação nas direções X e Y ocasionaram diferenças ainda menos perceptíveis.

A discrepância entre as respostas fornecidas pelos dois conceitos de massa torna-se maior à medida em que a inércia à rotação assume papel mais relevante. Na Tabela (6.2.2) temos as 5 primeiras frequências planas para uma tubulação de mesma configuração porém com razão  $r_m/R$  maior. As respostas para o mesmo sismo aplicado agora na direção X encontram-se na Figura (6.2.5), onde podemos observar uma diferença já a partir de 0.5 segundos.

Também foi analisada a resposta da presente confi

guração com características dadas pela Tabela (6.2.1), ainda com a mesma excitação, agora aplicada na direção X, utilizando os 5 primeiros modos com 10 e 33 nós, com massa consistente. O ganho de precisão ao se utilizar 33 nós não excedeu 1% nos picos.

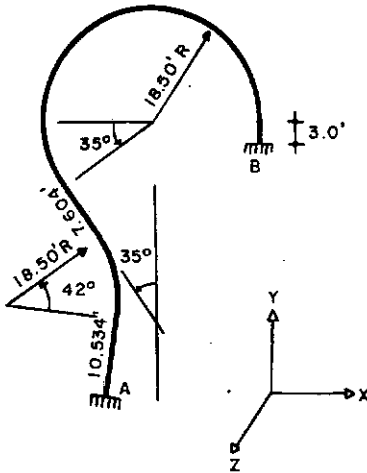


FIGURA (6.2.1)

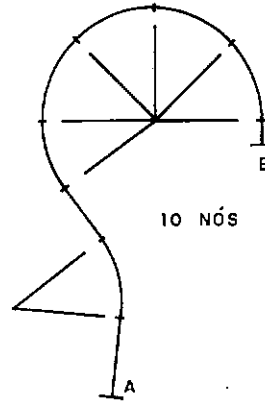


FIGURA (6.2.2a)

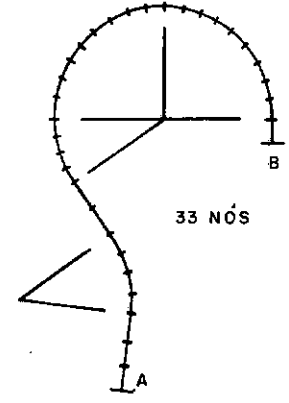


FIGURA (6.2.2b)

$\epsilon_n$	MOD.	10 Nós		33 Nós		DADOS:
		Discreta	Consist.	Discreta	Consist.	
No plano	1	33.7951	33.8185	33.8275	33.8141	$E=29 \cdot 10^6 \text{ psi}$ $\nu=0.30$ $t=0.75''$ $d=31.0''$ $d_e/R=0.1396$ $\rho_l=8.71 \text{ lbf.s}^2$ $f=2.267 \text{ ft.ft}$ $f_c=0$ $r_m/R \approx 0.07$
	2	86.3643	86.9484	87.0742	86.8753	
	3	113.2973	112.3103	112.2886	112.0812	
	4	200.9988	209.0073	208.7859	207.5359	
	5	298.9571	332.9148	330.5971	326.8472	
Fora do plano	1	17.1893	17.0909	-	-	
	2	47.1153	47.3437	-	-	
	3	97.3442	97.3042	-	-	
	4	157.2398	153.1094	-	-	
	5	227.5566	242.0995	-	-	

Tabela (6.2.1)

$\epsilon_n$	MOD.	10 Nós		DADOS:	
		Discreta	Consist.		
No plano	1	3.6931	3.6215	$E=29 \times 10^4 \text{ psi}$ $\nu=0.30$ $t=2.40''$ $d_e=166.50''$ $d_e/R=0.75$ $\rho_l=500 \text{ lbf/ft/ft/s}^2$	
	2	10.2461	9.7464		
	3	15.4971	14.7923		
	4	20.5112	18.8383		
	5	29.6818	27.0691		
				$f_c=0$	$f=20.849$
				$r_m/R \approx 0.37$	

Tabela (6.2.2)



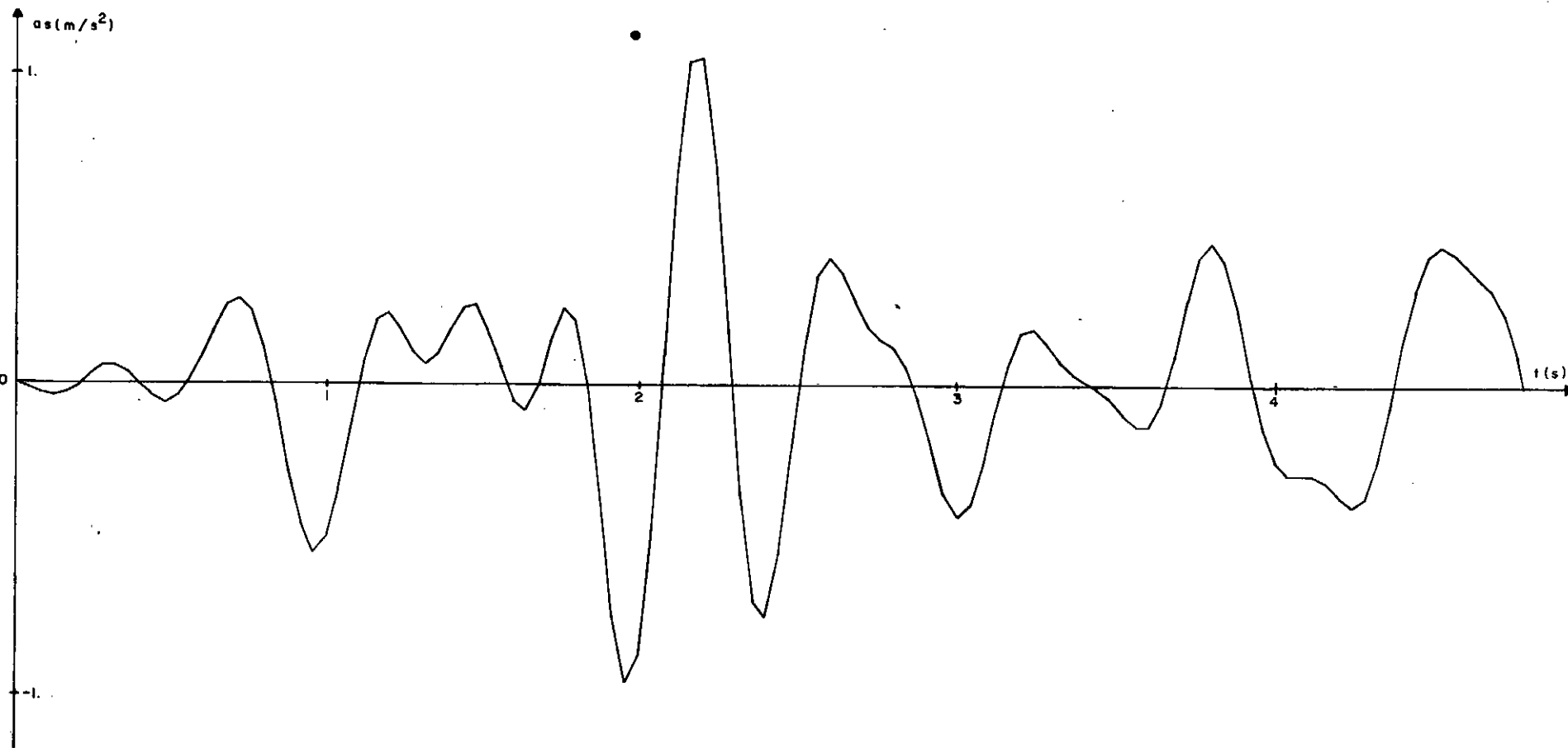


FIGURA (6.2.3)

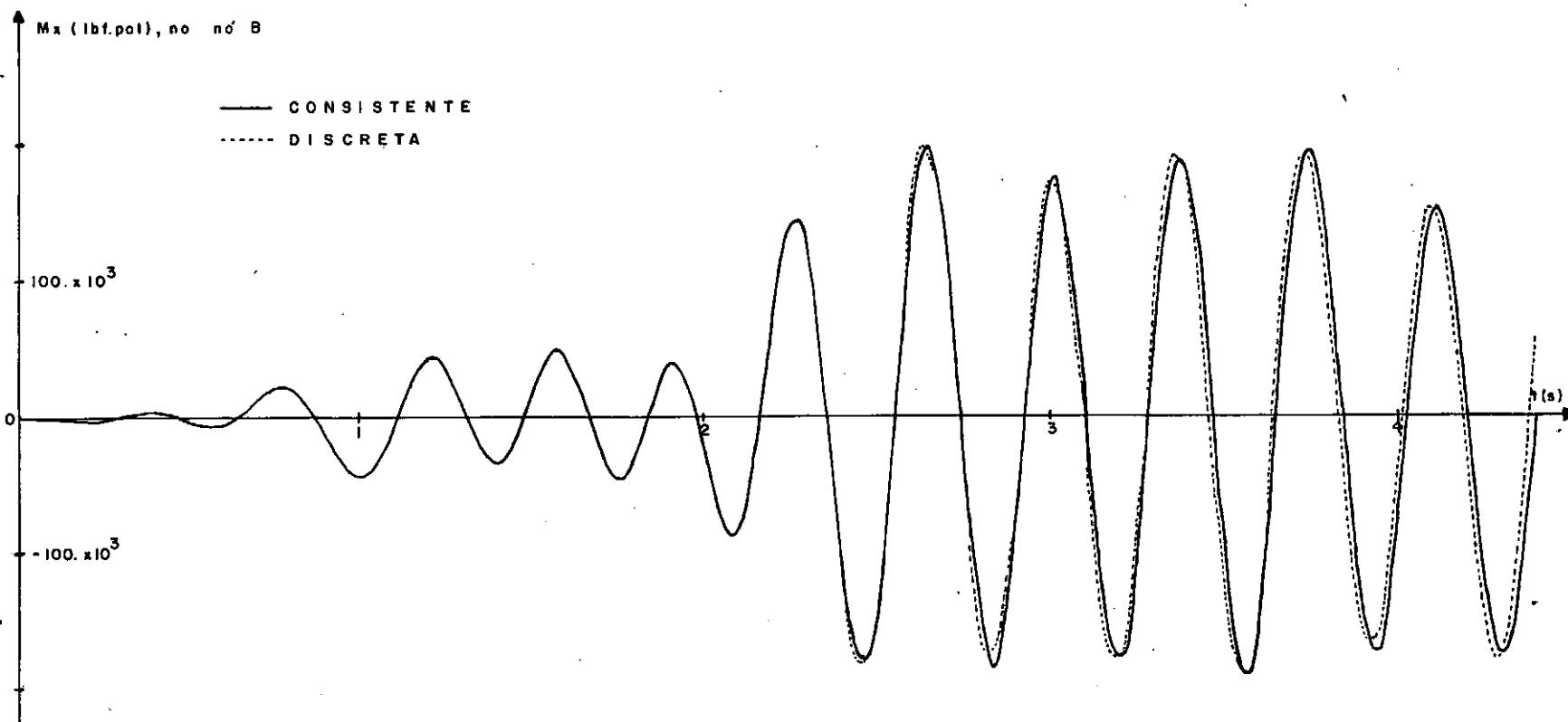


FIGURA (6.2.4)

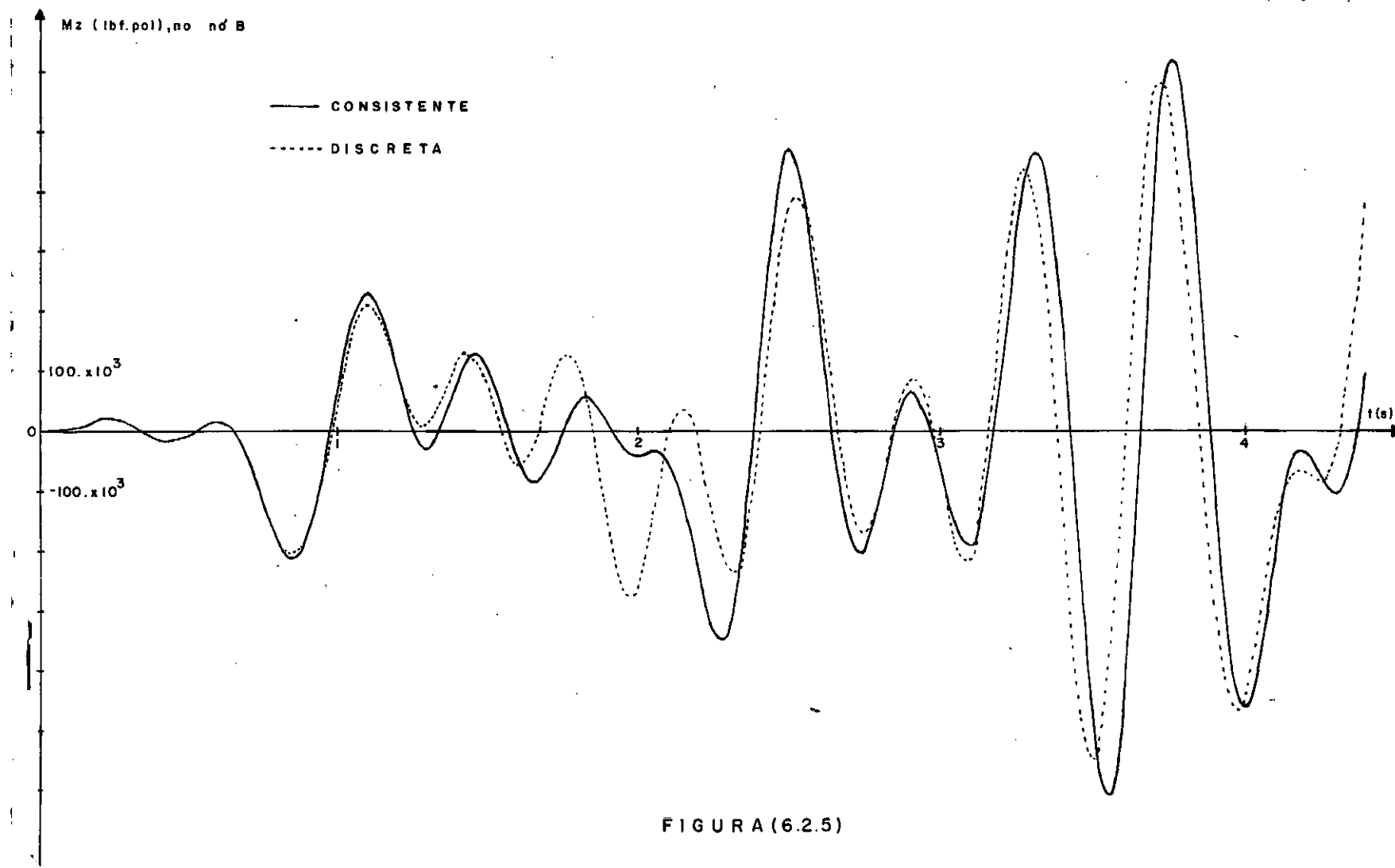


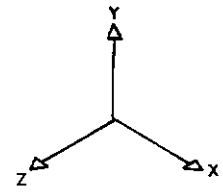
FIGURA (6.2.5)

### 6.3 - EXEMPLO 3

Na Figura (6.3.1) temos uma tubulação espacial com alguns carregamentos típicos. Todos os dados encontram-se naque la Figura.

Na Tabela (6.3.1) temos os esforços máximos, a nível de elemento, devidos a cada carregamento aplicado isoladamente, os quais acham-se identificados na Tabela (6.3.2). Nesta última são indicados também os tempos de processamento, para cada carregamento analisado isoladamente, utilizando o método de Gauss e o de Cholesky. Na última coluna encontra-se os tempo de processamento para o caso de múltiplos carregamentos. Nestes exemplos as sub-rotinas encontravam-se gravadas, já compiladas, e o programa principal lido com a massa de dados.

Podemos observar na Tabela (6.3.2) que o método de Cholesky resultou mais eficiente que o de Gauss. Isto pode ser justificado pela observação dos dois esquemas apresentados na seção (2.2.2). A etapa Decomposição requer menor tempo de processamento em Cholesky do que em Gauss, (apesar de para o primeiro serem necessárias extrações de  $n$  raízes quadradas) devido aos triplos produtos (em Cholesky, duplos) das equações (2.2.9). O que sugere que essa etapa será tão mais eficiente para Cholesky quanto maior for a "largura de banda média" da matriz de coeficientes. Em contrapartida as etapas de Redução e Retrosubstituição requerem um número menor de operações para Gauss do que para Cholesky (compare-se as equações (2.2.6) e (2.2.7) com (2.2.10) e (2.2.11)). Isto sugere que a medida que aumenta o número de casos de carregamento a eficiência de Gauss relativa a Cholesky aumenta. Tendo em vista estas observações, o método de Cholesky



	ENTRE 1 E 19	ENTRE 19 E 31
E	$29. \times 10^6 \text{ psi}$	$32.7 \times 10^5 \text{ psi}$
$\nu$	0.30	0.31
$d_e$	6.625"	8.625"
t	0.280"	0.322"
$\alpha$	$7.831 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$	$7.174 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$
$\bar{W}$	31.50 lb/ft	50.30 lb/ft
$p_e$	50 psi	50 psi

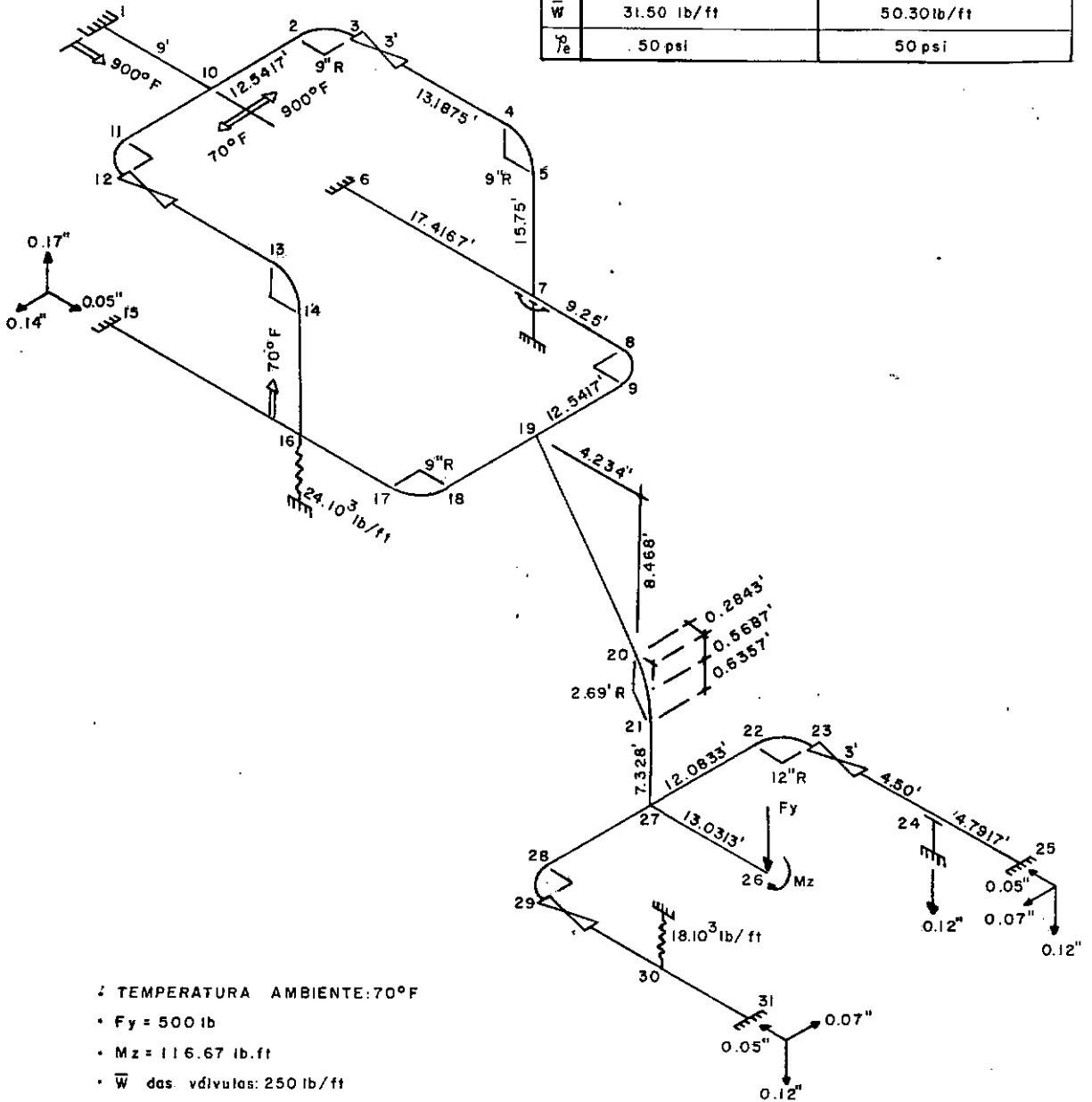


FIGURA (6.3.1)

torna-se recomendável para problemas estáticos (temos processado até 8 casos de carregamento com superioridade ainda de Cholesky). Enquanto que em problemas dinâmicos (equação(3.1.15)) o de Gauss torna-se recomendável, e tanto mais quanto maior for o número de autovalores requeridos na análise e o número de iterações de sub-espacos necessárias.

C.	EL/NÓ	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$M_x$	$M_y$	$M_z$	$\sigma_{eq}$ (Tresca)
1.	1/1	203.8	2475.8	-122.3	-549.4	-67.8	15218.8	3097529.
2.	23/27	0.0	500.0	0.0	0.0	0.0	-6399.0	657832.
3.	10/19	-333.2	956.0	970.6	-4036.2	8357.0	-10388.7	2833426.
4.	28/27	1.0	-0.4	-0.4	-3.7	7.3	-3.8	92380.
5.	31/31	-5.9	-181.4	-177.9	-1.2	-1896.4	1044.5	222566.

Tabela (6.3.1)

Carregamentos:	Tempo	
	Gauss	Cholesky
1=Peso próprio	35	31
2= $F_y$ e $M_z$	35	32
3=Temperatura	34	30
4=Pressão Interna	33	30
5=Deslocamentos de Suportes	32	31
Simultaneamente	51 seg	47 seg

Tabela (6.3.2)

## 6.4 - EXEMPLO 4

Com o objetivo de comparar o ganho de eficiência ao incluir-se mais modos de vibração em uma análise sísmica, a tubulação da Figura (6.4.1) foi analisada com 8 e 15 modos, e com massas discretas. Foram utilizados 88 elementos e a excitação da Figura (6.2.3), normalizada para 0.15g, foi aplicada na direção X. Tomamos  $\xi=0,02$  para todos os modos.

As frequências estão na Tabela (6.4.1). Na Figura (6.4.2) temos os deslocamentos dinâmicos do nó 51. Nas Figuras (6.4.3), (6.4.4) e (6.4.5) temos os máximos momentos, ocorridos no nó 89. Na Figura (6.4.6) as correspondentes tensões e equivalentes naquele nó.

Nas análises com 8 e 15 modos não foram observadas mudanças significativas que pudessem ser perceptíveis nos gráficos traçados. Os tempos de execução foram de 11.06 e 19.67 minutos, respectivamente. Sendo que deste último cerca de 18 minutos foram consumidos com a análise de vibrações livres.

n	$\omega_n$	n	$\omega_n$	n	$\omega_n$
1	2.6189	6	16.1971	11	33.8615
2	5.1954	7	20.2464	12	45.6393
3	6.6279	8	24.4314	13	48.4704
4	9.4847	9	28.1220	14	51.1389
5	12.5577	10	31.8719	15	71.8972

Tabela (6.4.1)

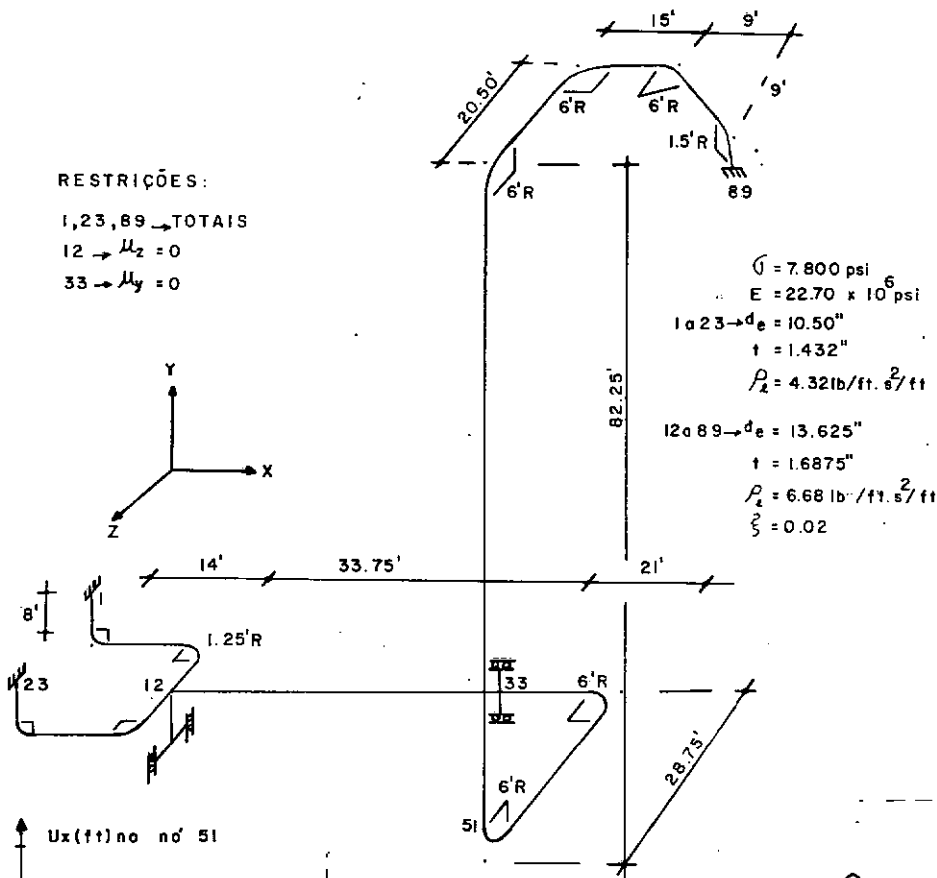
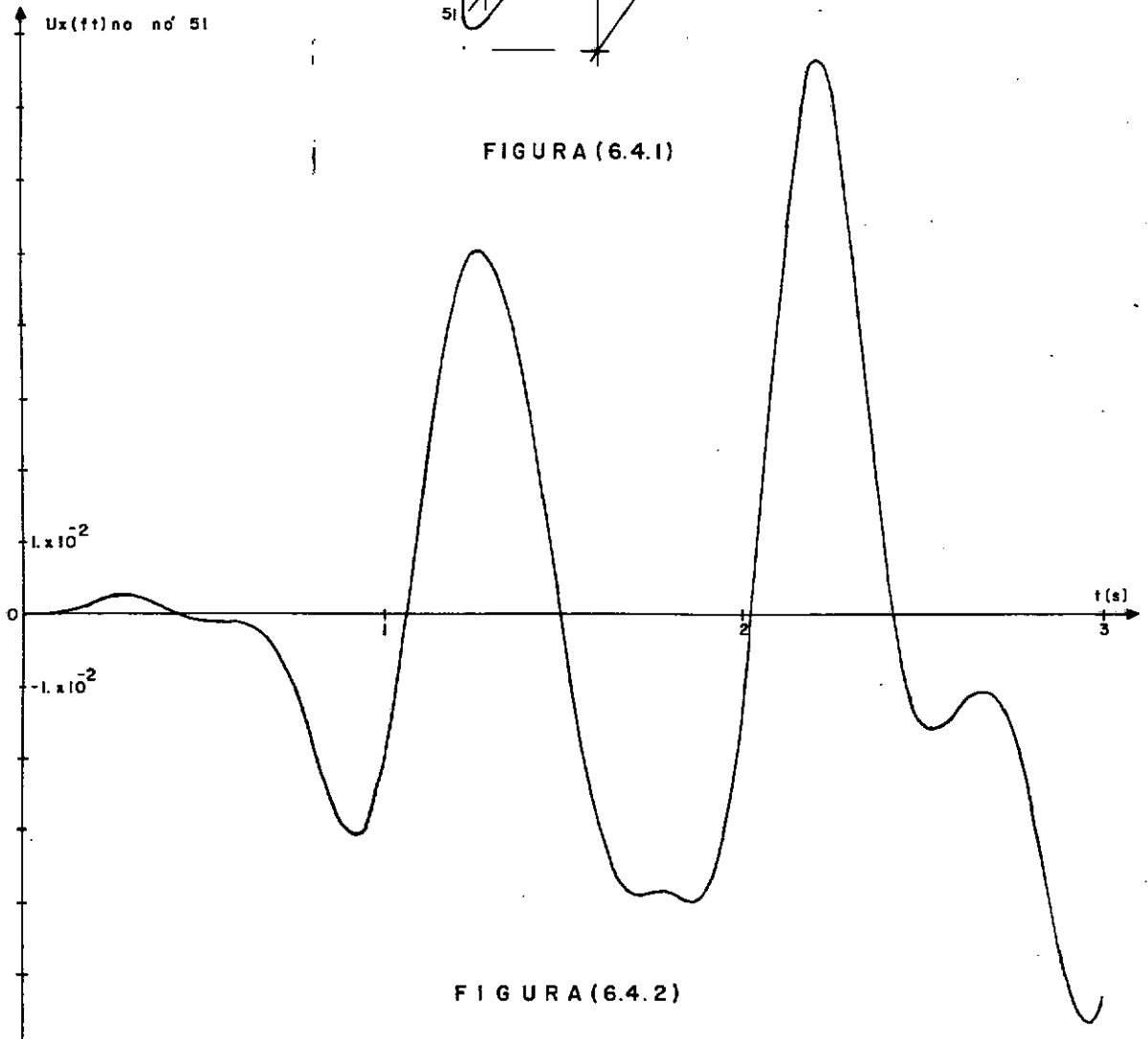


FIGURA (6.4.1)



**FIGURA (6.4.2)**



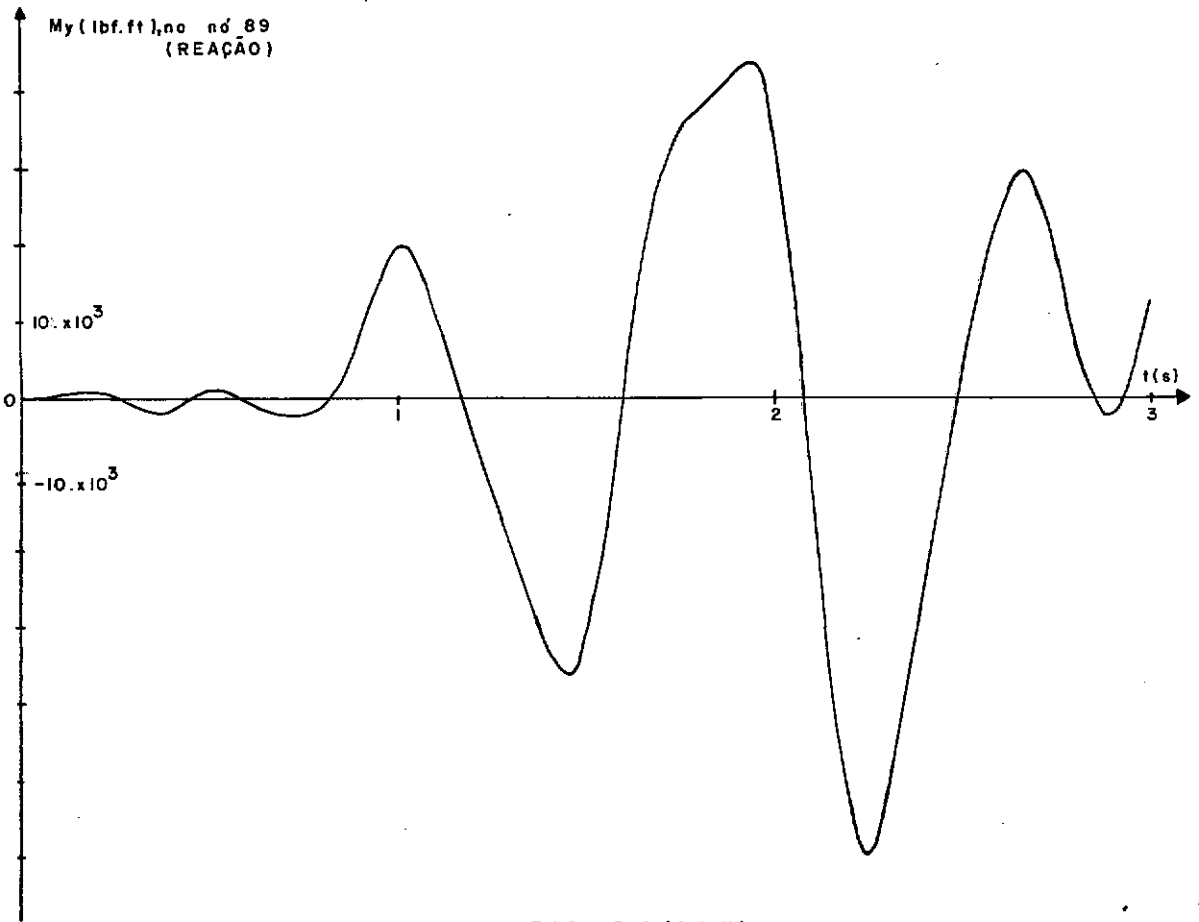


FIGURA (6.4.3)

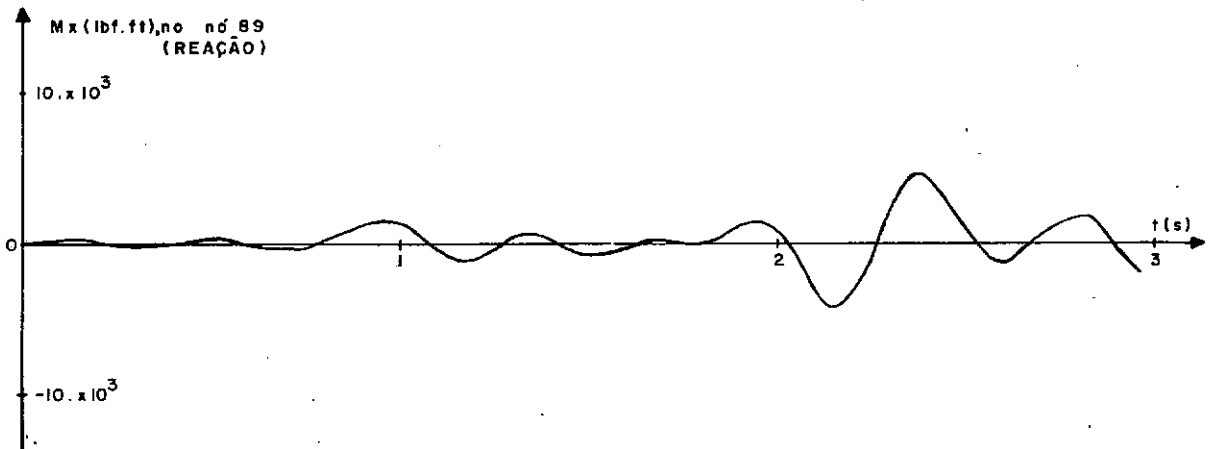


FIGURA (6.4.4)

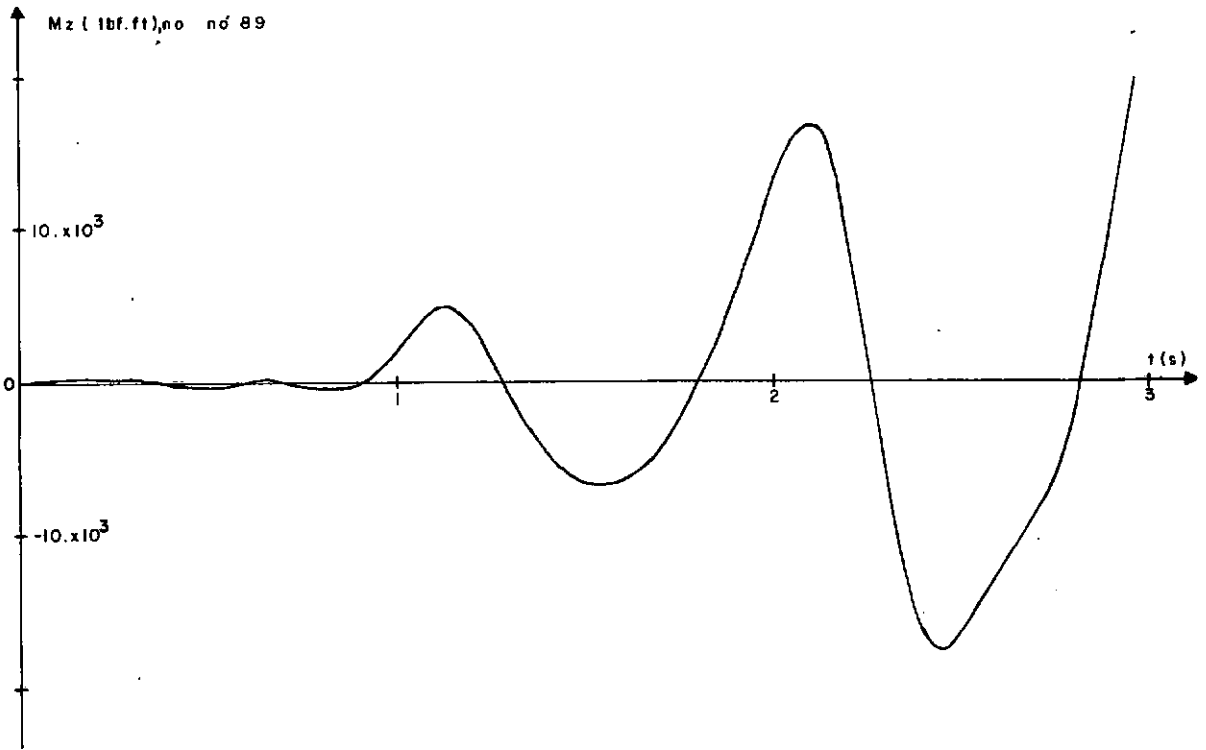


FIGURA (6.4.5)

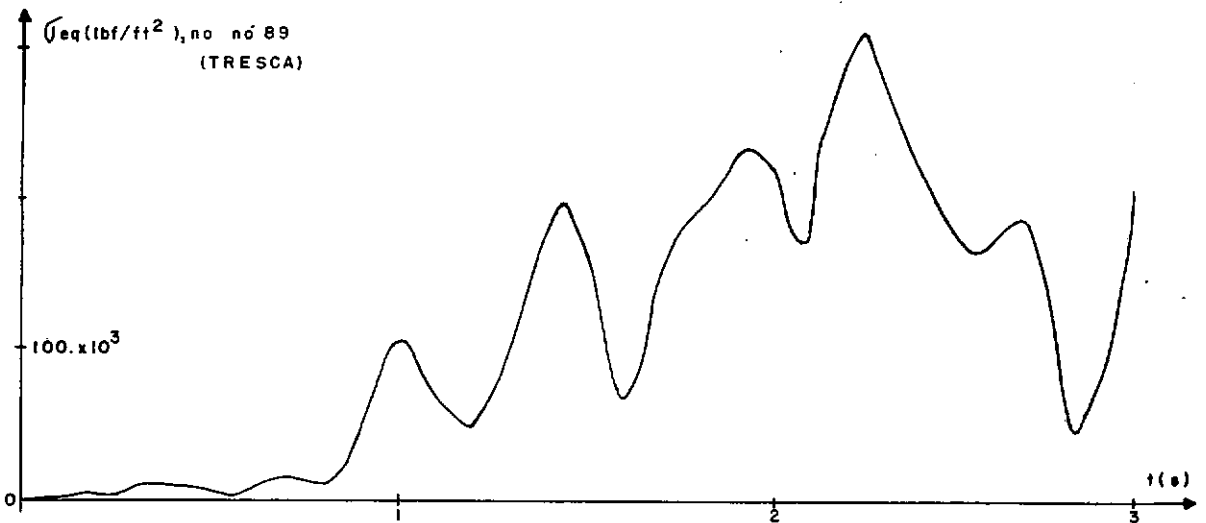


FIGURA (6.4.6)

## 6.5 - EXEMPLO 5

Este exemplo ilustra a aplicação do conceito de espectro de resposta. Na Figura (6.5.1) temos o modelo matemático de um circuito primário de um reator nuclear tipo PWR. Nas Tabelas (6.5.1), (6.5.2) e (6.5.3) temos os demais dados do modelo.

As frequências circulares encontram-se na Tabela (6.5.4). Foi postulada uma excitação na direção X tal que produza, para aquelas frequências, valores do espectro de velocidade dados também por aquela Tabela.

Nas Tabelas (6.5.5) e (6.5.6) temos as respostas de alguns pontos nodais. As unidades utilizadas foram tonelada-força, metro e segundo.

COORDENADAS (metros)							
NÓ	X	Y	Z	NÓ	X	Y	Z
1	-2.1637	0.0000	1.2492	19	-9.5930	1.1529	-1.5395
2	-3.9275	0.0000	2.2675	20	-9.9997	2.3876	-1.5395
3	-5.6104	0.0000	3.2390	21	-9.9997	4.2418	-1.5395
4	-6.8876	0.0000	3.9764	22	-9.9997	6.0960	-1.5395
5	-9.1554	5.1816	4.4427	23	-9.9997	7.4676	-1.5395
6	-9.1554	3.9116	4.4427	24	-9.9997	12.5476	-1.5395
7	-9.1554	1.5240	4.4427	25	-9.9997	14.8227	-1.5395
8	-9.1554	0.0000	4.4427	26	-11.0157	15.8387	-1.5395
9	-9.1554	-2.4130	4.4427	27	-12.5839	15.8387	-1.5395
10	-9.5044	-2.4130	3.1953	28	-13.5999	14.8227	-1.5395
11	-8.0515	-2.4130	1.1240	29	-13.5999	11.2358	-1.5395
12	-10.4325	-0.3421	-0.1234	30	-13.5999	7.6490	-1.5395
13	-10.1809	1.2450	-0.9467	31	-13.5999	6.6330	-2.5555
14	-2.1637	0.0000	-1.2491	32	-13.5999	6.6330	-4.4891
15	-2.3833	0.0000	-1.3759	33	-13.5999	6.6330	-6.5242
16	-4.9207	0.0000	-1.5395	34	-14.9993	6.6330	-7.7879
17	-7.0670	0.0000	-1.5395	35	-16.9749	6.6330	-7.7879
18	-9.2133	0.0000	-1.5395	-	-	-	-

Tabela (6.5.1)

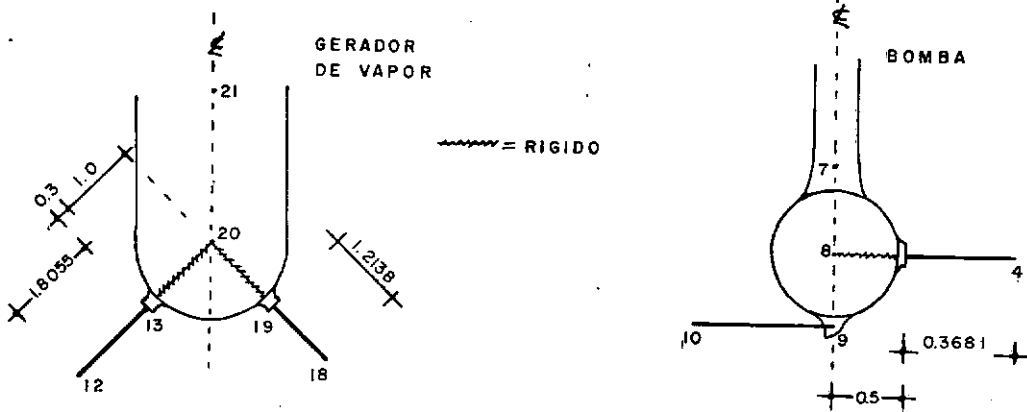
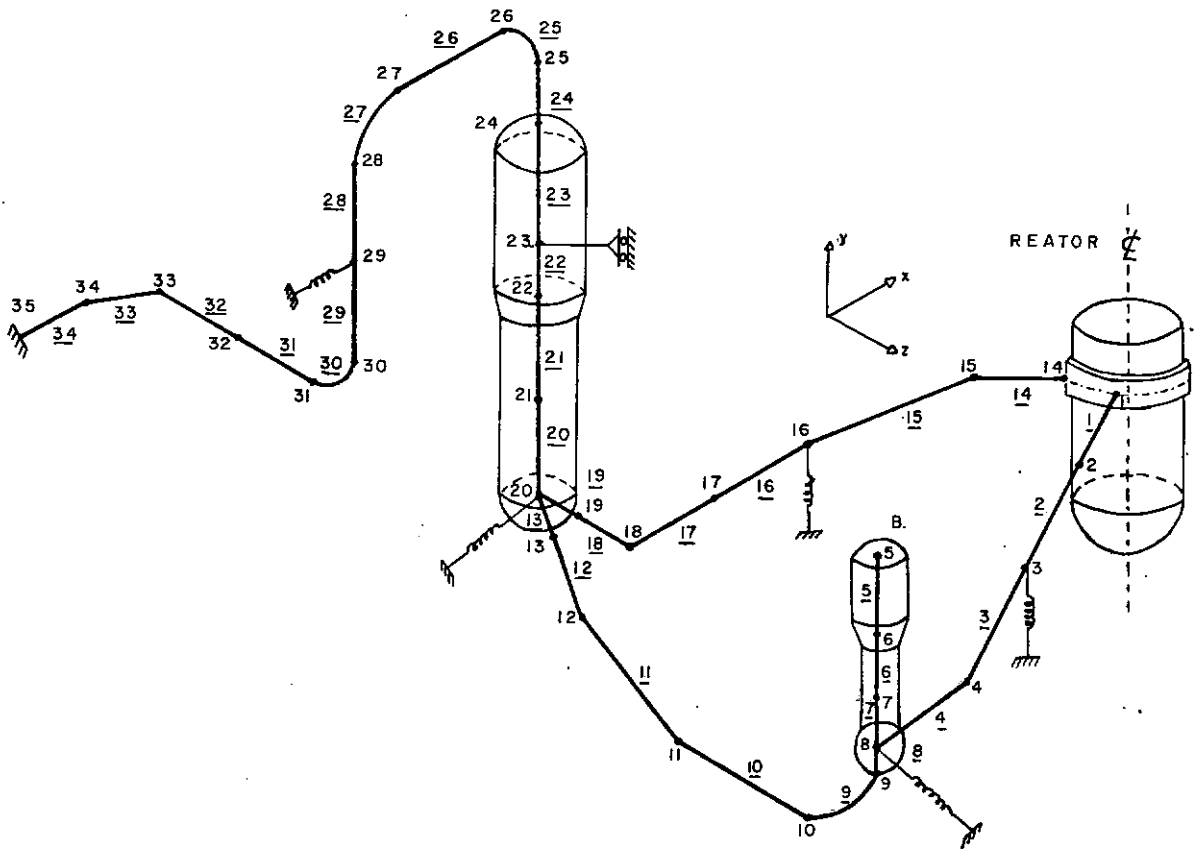


FIGURA (6.5.1)

PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS (TONELADA-FORÇA, METRO)						
	E	$\nu$	$d_e$	t	$\rho_L(t/m)$	
1 a 4	$23.10^6$	0.31	0.818	0.061	0.80	elemento 9: R=2m
5	$23.10^6$	0.31	1.000	0.060	0.80	
6	$23.10^6$	0.31	0.700	0.060	0.80	elem.25,27 e 30:R=1m
7 e 8	$23.10^6$	0.31	0.900	0.060	0.80	
9 a 12	$23.10^6$	0.31	0.862	0.0635	0.80	restrições:
13	$23.10^6$	0.31	0.972	0.11	0.80	nº 1: total
14 a 18	$23.10^6$	0.31	0.852	0.061	0.80	nº 14: total
19	$23.10^6$	0.31	0.962	0.11	0.80	nº 35: total
20 e 21	$23.10^6$	0.31	2.000	0.11	0.80	nº 23: Direção X
22 e 23	$23.10^6$	0.31	3.000	0.11	0.80	
24 a 31	$23.10^6$	0.31	0.60	0.025	0.80	

Tabela (6.5.2)

APOIOS ELÁSTICOS (ton.força/m)						
N <sup>o</sup>	TRANSL.X	TRANSL.Y	TRANSL.Z	ROTAÇ.X	ROTAÇ.Y	ROTAÇ.Z
3	0.	$20.10^3$	0.	0.	0.	0.
8	$10.10^5$	$10.10^5$	$10.10^5$	$10.10^4$	$10.10^4$	$10.10^4$
15	0.	$20.10^3$	0.	0.	0.	0.
20	$10.10^6$	$10.10^6$	$10.10^6$	$10.10^5$	$10.10^5$	$10.10^5$
29	$20.10^3$	0.	0.	0.	0.	0.

Tabela (6.5.3)

n	$\omega_n$ (rad/s)	$S_v(\omega_n, \xi_n)$
1	10.3072	1.10 m/s
2	12.6679	1.50 m/s
3	18.1230	1.50 m/s
4	30.0595	1.40 m/s
5	38.5160	0.90 m/s
6	41.4914	0.80 m/s
7	44.6247	0.60 m/s
8	51.9886	0.40 m/s

Tabela (6.5.4)

MÁXIMOS PROVÁVEIS DESLOCAMENTOS (RQSQ) DE ALGUNS PONTOS NODAIS						
Nº	1	2	3	4	5	6
31	$.664.10^{-1}$	$.886.10^{-2}$	$.280.10^{-1}$	$.281.10^{-2}$	$.122.10^{-1}$	$.116.10^{-1}$
24	$.117.10^{-2}$	$.235.10^{-4}$	$.957.10^{-2}$	$.103.10^{-2}$	$.121.10^{-3}$	$.291.10^{-3}$
18	$.757.10^{-4}$	$.345.10^{-4}$	$.139.10^{-2}$	$.560.10^{-3}$	$.165.10^{-3}$	$.176.10^{-4}$
10	$.731.10^{-3}$	$.724.10^{-4}$	$.785.10^{-3}$	$.113.10^{-3}$	$.728.10^{-4}$	$.299.10^{-3}$
5	$.362.10^{-2}$	$.156.10^{-4}$	$.271.10^{-2}$	$.620.10^{-2}$	$.199.10^{-4}$	$.886.10^{-3}$

Tabela (6.5.5)

MÁXIMOS PROVÁVEIS ESFORÇOS(RQSQ)EM ALGUNS ELEMENTOS							
EL/Nº	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$M_x$	$M_y$	$M_z$	$\sigma_{eq}$ (Tresca)
25/26	118.05	44.83	14.01	16.53	29.97	71.52	24989.42
23/24	38.02	148.20	58.99	44.43	32.58	327.59	477.21
19/19	10.09	29.50	1.72	10.06	23.00	34.41	754.35
9/10	23.00	2.44	14.48	1.99	26.46	6.54	965.06
5/5	0.01	4.67	2.35	0.01	0.46	0.91	26.01

Tabela (6.5.6)

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Além dos comentários inseridos no texto dos capítulos precedentes, julgamos conveniente acrescentar algumas observações, e várias sugestões para possíveis melhoramentos e extensão deste trabalho.

O programa desenvolvido permite a análise de sistemas de tubulações encontráveis na prática, de uma maneira eficiente. A maioria dos tipos de solicitações exigidas por normas podem ser convenientemente simuladas. Conforme dito anteriormente, outros carregamentos podem ser incluídos na análise desde que se disponha dos esforços de engastamento perfeito, ou mesmo sub-rotinas apropriadas podem ser facilmente inseridas no programa, dada à sua flexibilidade.

Os elementos desenvolvidos e implementados parecem-nos suficientes para se proceder a uma análise do tipo linear, conforme ficou demonstrado nos exemplos de aplicação. No desenvolvimento das matrizes de massa dos elementos seria interessante incluir os efeitos da deformação por cortante; e desenvolver uma também para o elemento reto com trecho rígido.

Uma formulação diferente da utilizada para a matriz de rigidez do elemento curvo circular para a análise dinâmica poderia ter sido empregada, com ganho de eficiência computacional. Reportando-nos à seção (4.3.2), essa formulação consiste em, inicialmente, levar (4.3.15) às (4.3.10) a (4.3.13) e escrever os esforços no interior do elemento como:

$$\underline{f} = \underline{J} \underline{\alpha}$$



e os esforços nodais serão dados por:

$$\underline{\underline{p}} = \underline{\underline{\bar{R}}} \begin{bmatrix} \underline{\underline{J}}_j \\ \dots \\ \underline{\underline{J}}_k \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\alpha}} = \underline{\underline{Y}} \underline{\underline{\alpha}}$$

que, com o auxílio de (4.3.17), pode ser escrita como:

$$\underline{\underline{p}} = \underline{\underline{YX}}^{-1} \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{k}} \underline{\underline{u}}.$$

A vantagem de montar a matriz de rigidez como acima é que, na análise dinâmica, não precisaríamos inverter  $\underline{\underline{f}}_{kk}$  também. Lembrando que  $\underline{\underline{f}}_{kk}$  é de ordem 6 e  $\underline{\underline{X}}$  de ordem 12, na análise estática isto não seria vantajoso. Deve ser observado que  $\underline{\underline{k}}$  certamente será a mesma em uma e outra formulações.

Na integração das equações do movimento pelas expressões (3.4.6) na obtenção da resposta transiente, ao fazermos o intervalo de integração constante, as matrizes  $\underline{\underline{A}}$  e  $\underline{\underline{B}}$  daquelas expressões precisam ser calculadas apenas uma vez, o que leva o tempo de processamento muito próximo ao do método de Newmark, ou menor quando  $T_p/10$  é inferior ao intervalo de digitação do sistema. Entretanto, seria útil generalizar-se o procedimento para aceitação de transientes digitados em intervalos desiguais, o que pode ser feito com relativa facilidade. O problema de tempo mais grave, porém, continua sendo o tempo necessário à resolução do problema de autovalores, apesar da eficiência do método de iteração de sub-espacos relativa a outros métodos; essa é, entretanto uma circunstância atual da análise dinâmica de sistemas com grande número de equações.

pla de suportes. Isto não é grave, porém, já que os vasos aos quais estão ancoradas as tubulações podem ser idealizados como vigas e considerados na análise, como no exemplo 5, com efeitos locais — nos vasos — desprezados.

Críticas, embora poucas, têm sido proferidas na literatura, sobre o desprezo das tensões produzidas pelos esforços normais e cortantes. Seria interessante que fosse incluída ao programa uma rotina para o cálculo das tensões equivalentes levando em conta as tensões causadas por aqueles esforços.

Pudemos notar, em recentes trabalhos, o interesse na obtenção de fatores de flexibilidade e de tensões mais eficientes <sup>3 6 4 1</sup>, sobretudo para aplicação em projetos de tubulações de usinas nucleares, do que aqueles atualmente utilizados pelos projetistas. Isto devido ao fato de que um pequeno erro na estimativa desses fatores leva a erros grosseiros no cômputo das tensões; e tanto maior esse erro quanto mais responsável forem as curvas pela flexibilidade do sistema. Seria portanto útil serem realizados estudos teóricos e experimentais mais profundos sobre aqueles fatores; a técnica dos elementos finitos parece ser um bom caminho <sup>3 6</sup>.

Finalmente, na análise de tubulações, sobretudo nas de usinas nucleares, outros problemas surgem além dos aqui tratados, os quais merecem atenção, e pesquisas posteriores pelo menos em termos de assimilação e divulgação. São eles: o estudo dos transientes termo-hidráulicos e de pressão; estabilidade; considerações de não-linearidades geométrica e física, incluindo plasticidade; o estudo do chicoteamento ("Pipe Whip"); a influência da velocidade do fluxo (de grande importância em linhas de

tubulações marítimas); entre outros. Os elementos aqui desenvolvidos podem ser utilizados no desenvolvimento de trabalhos naquelas áreas.

## APÊNDICE — LISTAGEM DO PROGRAMA

```

FILE 3=IMPRESS,UNIT=PRINTER
FILE 8=LEITORA,UNIT=READER
FILE 11=ARQ/YM/FI,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=26
FILE 12=ARQ/SMR,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=144
FILE 13=ARQ/SM,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=144
FILE 14=ARQ/PMRTR,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=3
FILE 15=ARQ/S,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=65535
FILE 16=ARQ/RJI,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=9
FILE 17=ARQ/FIESP,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=2
C 8 R D G R A M A P R I N C I P A L

INTEGER B(1)
REAL C(15000)
REAL D(15000)
COMMON A(15000)
COMMON/INF1/NE,NGM,ITICC,IVL,NJR,NAE,MR,MCC,MCO,MLB,NJRI,MRTR,NPM,
*VTP,LF,ND
COMMON/INF2/M
COMMON/INF3/NJ
COMMON/INF4/ILC
COMMON/VL/NROOT,RTOL,NITEM,IFSS,IFPR,IMJ
COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES
COMMON/SIG/ICR,IIPR,IIVX,IINC,IFIT
COMMON/CAR/NCA,ICTEN
COMMON/RES/N1,N2,N3,N4,N5,N6,N7,N8,N9,N10,N11,N12,N13,N14,N15,N16,
*V17,N18,N19,N20,N21,N22,N23,N24,N25,N26,N27,N28,N29,N30,N31,N32,
*V33,N34,N35,N36,N37,N38,N39,N40,N41,N42,N43,N44,N45,N46,N47,N48,
*V49,N50,N51,N52,N53,N54,N55,N56,N57,N58,N59,N60,N61,N62,N63,N64,
*V65,N66,N67,N68,N69,N70
COMMON/REA/NA,NPMR,NPA,NPAMR,NVC,NC
COMMON/EQU/IRSE
COMMON/MASS/IMCD,NPMM,NPAMM
COMMON/ITEPE/ICITE
EQUIVALENCE (A(1),B(1))
A:CLARACAO QUE SE SEQUE DEVE SER RETIRADA PELO USUARIO SE O VET
OR 'A' FOR INSUFICIENTE PARA CONTER TAMBEM A MATRIZ DE RIGIDEZ DA
ESTRUTURA (B/6700:NPM=55.535). NESTE CASO, A MATRIZ DE RIGIDEZ DA
ESTRUTURA PASSARA AUTOMATICAMENTE A OCUPAR O VETOR 'C', A PARTIR DA
POSICAO 'C(1)'. IDEM COM RELACAO A MATRIZ DE MASSA E 'D'.

EQUIVALENCE (A(1),C(1))
EQUIVALENCE (A(1),D(1))

C *****INFORMACOES GERAIS
C ESTIPULE O NUMERO DE POSICOES MAXIMAS PARA O VETOR 'A'.
C NPM=15000

C *****DETERMINACAO DA ALOCAÇÃO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E MASSA
C 1 CONTINUE
C A(1)=0.0
C C(1)=0.0
C D(1)=0.0
C A(1)=1000.
C IF(C(1).EQ.0.0)NPMR=1
C IF(C(1).EQ.1000.)NPMR=0
C IF(D(1).EQ.0.0)NPMM=1
C IF(D(1).EQ.1000.)NPMM=0

C LER/ESCREVER DADOS GERAIS
C READ(8,1001)NE,NGM,ITICC,IVL,IRSE,IMCD
C IF(NE)1000,1000,100
C 1000 STOP
C 100 READ(8,1002)
C READ(8,1003)
C READ(8,1004)M,NJ,NJR,NAE,MR,MCC,MCO,MLB,NJRI,MRTR,ILC
C ND=6*NJ
C IF(IVL)130,130,135
C 130 CONTINUE
C WRITE(5,1007)
C GO TO 140
C 135 WRITE(5,1300)
C GO TO 140

```

```

140 CONTINUE
WRITE(5,1008)NE,NGM,ITICC,IVL,IRSE,IMCD
WRITE(5,1002)
WRITE(5,1003)
WRITE(5,1009)M,NJ,NJR,NAE,MR,MCC,MCO,MLB,NJRI,MRTR,ND

C
CALL RESER(1)
CALL INFOR(A(N1),A(N2),A(N3),A(N4),A(N5),A(N6),A(N7),A(N8),A(N9),A
1(N10),A(N11),A(N12),A(N13),A(N16),A(N17),A(N18),A(N1
29),A(N20),A(N21),A(N22),A(N23),A(N24),M,NA)

C
CALL RESER(5)
CALL MATL(A(N12),A(N5),A(N22),A(N23),A(N24),A(N25),A(N26),A(N27),A
*(N28),A(N29),A(N30),A(N42),A(N43),A(N44),A(N31),M,NGM,A(N45),A(N46
*),A(N11))

C
C*****MONTAGEM DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E MASSA
C
CALL EDES(A(N31),A(N32),ND,M,A(N3),A(N4),NJ,LF,N32,NPA)
CALL RESER(2)
CALL RIGID(C(NPMR),A(N3),A(N4),A(N5),A(N11),A(N19),A
1(N12),A(N22),A(N16),A(N17),A(N5),A(N18),A(N31),A(N21),A(N36),A(N35
2),A(N1),A(N33),A(N34),A(N13),A(N23),A(N24),A(N25),A(N26),A(N28),A(
3N29),A(N30),M,NJ,NA,D(NPM),A(N47),A(N48),A(N49),A(N27))

C
IF(IVL)20,20,30

C
C*****ANALISE ESTATICA
C
20 CONTINUE
IF(IRSE.LE.0)CALL DECO1(C(NPMR),A(N31),ND,0,5)
IF(IRSE.GT.0)CALL DECO2(C(NPMR),A(N31),ND)
2 CONTINUE
CALL CARRE(A(N37),A(N40),A(N36),A(N3),A(N4),A(N5),A(N11),A(N27),
*A(N10),A(N13),A(N6),A(N22),A(N12),A(N33),A(N34),A(
*N16),A(N17),A(N38),A(N39),A(N1),A(N35),A(N18),A(N23),A(N24),A(N25)
*,A(N26),A(N28),A(N29),A(N30),M,NJ,A(N44))
IF(NCA)70,70,40
40 CONTINUE
CALL ESLO(C(NPMR),A(N31),A(N35),ND,NJ,IRSE)
IED=0
CALL ESFOR(A(N34),A(N3),A(N4),A(N35),A(N40),A(N22),A(N19),A(N39),A
*(N1),A(N13),A(N18),A(N37),A(N38),A(N5),A(N2),A(N6),IED,M)
IF(ICTEN)60,60,50
50 CONTINUE
READ(8,1600)ICR,IIPR,IIVX,IINC
CALL SIGMA(NJ,M,A(N5),A(N40),A(N3),A(N4),A(N12),A(N7),IED,A(N25),A
*(N26),A(N28),A(N42),A(N43),A(N44))
60 CONTINUE
30 TO 2
70 30 TO 1

C
C*****ANALISE DINAMICA
C
30 CONTINUE
READ(8,1400)NROOT,RTOL,NC,NITEM,IFSS,IFPR,IMJ
ND1=ND+1
VTM=ND
IF(IMCD.GT.0)NTM=NTP
NNC=NC*(NC+1)/2
CALL RESER(3)
CALL VIBRA(C(NPMR),D(NPM),A(N31),A(N51),A(N50),A(N53),A(N54),A(N5
15),A(N56),A(N57),A(N58),A(N59),A(N60),A(N61),A(N62),M,ND,NTP,A(N27
2),A(N5),A(N6),A(N11),A(N12),A(N22),A(N3),A(N4),A(N1),NJR,ND1,NC,NN
3,NTM)

C
READ(8,1500)ISIS,IESP,ITESP,KFRES,NINSI,DELSI,FAC,TCITE
WRITE(5,1501)ISIS,IESP,ITESP,KFRES,NINSI,DELSI,FAC
IF(ISIS)80,90,80
90 GO TO 1
80 CONTINUE
CALL RESER(4)
CALL MXIO(D(NPM),A(N52),A(N54),NJ,ND,A(N31),NTM,IMCD,NJRI,A(N18))
CALL FAPAM(A(N53),A(N52),A(N51),ND,NROOT)
CALL AMORT1

```

```

      IF(IESP-1)82,83,84
82  CONTINUE
      CALL SISMO(A(N55),A(N56),A(N57),A(N58))
      IF(ISIS.EQ.2)GO TO 86
      CALL NMARK(A(N60),A(N61),A(N62),A(N50),A(N51),A(N63),A(N34)
1    A(N3),A(N4),A(N65),A(N22),A(N19),A(N64),A(N1),A(N13),A(N18),A(N66
2    A(N67),A(N5),A(N2),A(N6),A(N12),A(N55),A(N53),NROOT,ND,M,NJ,A(N2
3    A(N26),A(N28),A(N42),A(N43),A(N44))
      GO TO 1
86  CONTINUE
      CALL INTEG(A(N50),A(N61),A(N62),A(N50),A(N51),A(N63),A(N34),A(N3),
*    A(N4),A(N65),A(N22),A(N19),A(N54),A(N1),A(N13),A(N18),A(N66),A(N67
*    A(N5),A(N2),A(N6),A(N12),A(N55),A(N53),NROOT,ND,M,NJ,A(N25),A(N2
*    A(N28),A(N42),A(N43),A(N68),A(N69),A(N44))
      GO TO 1
-----
83  CONTINUE
      CALL SISMO(A(N55),A(N56),A(N57),A(N58))
      IF(ISIS.EQ.2)GO TO 81
      CALL NMARSD(A(N60),A(N50),A(N55),NROOT)
85  CALL SRSS(A(N61),A(N64),A(N66),A(N67),A(N62),A(N68),A(N53),A(N53),
1    A(N60),A(N51),A(N65),A(N34),A(N3),A(N4),A(N22),A(N19),A(N1),A(N13)
2    A(N18),A(N69),A(N5),A(N2),A(N6),A(N12),A(N5),A(N12),ND,M,NJR,NJ,NROOT,A(N25),A
*    A(N26),A(N28),A(N42),A(N43),A(N44))
      GO TO 1
84  CONTINUE
      CALL ESPEC(A(N50),A(N50),NROOT,ITESP)
      GO TO 85
81  CONTINUE
      CALL INTESD(A(N60),A(N50),A(N55),NROOT)
      GO TO 85

```

```

C
1001 FORMAT(6I5)
1002 FORMAT('
1003 FORMAT('
1004 FORMAT(11I5)
1007 FORMAT(1H1,////,11X,'ANALISE ESTATICA DE TUBULACOES',/)
1300 FORMAT(1H1,////,1X,'ANALISE DINAMICA DE TUBULACOES',/)
1008 FORMAT(///,11X,'ESTRUTURA NUMERO',I5,///,3X,'CARACTERISTICAS DA AN
*ALISE',///,3X,'VGM ITICC IVL IRSE IMCD',/,I5,I6,I4,2I5,///)
1009 FORMAT(///,3X,'INFORMACOES GERAIS SOBRE A ESTRUTURA',///,3X,' M
*J NJR NAE MR MCC MCQ MLB NJRI MRTR ND',///,3X,I2,
*3X,I2,3X,I3,3X,I3,3X,I2,3X,I3,3X,I3,3X,I3,3X,I4,3X,I4,3X,I3)
1400 FORMAT(15E10.0,5I5)
1500 FORMAT(5I5,2E10.0,I5)
1501 FORMAT(///,3X,'DADOS PARA A RESPOSTA DINAMICA',/3X,'ISIS IESP IT:SP
*KFRES NINSI DELSI FAC',/3X,I4,I5,3I6,2F10.3)
1600 FORMAT(4I5)

```

```

      ND
      SUBROUTINE RESER(NEP)
      COMMON A(1)
      COMMON/INF1/NE,NGM,ITICC,IVL,NJR,NAE,MR,MCC,MCQ,MLB,NJRI,MRTR,NPM,
*    NTP,LF,ND
      COMMON/INF2/M
      COMMON/INF3/NJ
      COMMON/SIS/NP0,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES
      COMMON/RES/N1,N2,N3,N4,N5,N6,N7,N8,N9,N10,N11,N12,N13,N14,N15,N16,
*    V17,N18,N19,N20,N21,N22,V23,N24,N25,N26,N27,N28,N29,N30,N31,N32,
*    V33,N34,N35,N36,N37,N38,V39,N40,N41,N42,N43,N44,N45,N46,N47,N48,
*    N49,N50,N51,N52,N53,N54,V55,N55,N57,N58,N59,N60,N61,N62,N63,N64,
*    V65,N66,N67,N68,N69,N70
      COMMON/REA/NA,NPMR,NPA,V2AMR,NVC,NC
      COMMON/VL/NROOT,RTOL,NITEM,IFSS,IFPR,IMJ
      COMMON/MASS/IMCD,NPMM,V2AMM
      IF(NEP.EQ.1)GO TO 10
      IF(NEP.EQ.2)GO TO 20
      IF(NEP.EQ.3)GO TO 30
      IF(NEP.EQ.4)GO TO 40
      IF(NEP.EQ.5)GO TO 50
10  CONTINUE
      N1=1
      N2=N1+7*NJR
      N3=N2+NJ
      N4=N3+M
      N5=N4+M
      N6=N5+M

```

```

V7=N6+M
N8=N7+M
V9=N8+M
V10=N9+M
V11=N10+M
V12=N11+M
V13=N12+M
N14=N13+9*M
V16=N14
<=0
IF(MLB.GT.0)K=1
V17=N16+M*K
N18=N17+12*M*K
<=0
IF(NJRI.GT.0)K=1
V19=N18+NJ*K
N20=N19+M
N21=N20+M
V22=N21+7*NAE
NA=NAE
IF(NA.EQ.0)NA=1
V23=N22+NJ
N24=N23+VJ
V25=N24+NJ
NMOM=N25-1
WRITE(5,1100)NEP,NMOM
IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
RETURN
50 CONTINUE
V23=N7
V24=N8
V25=N9
V26=N22+M
N27=N26+M
V28=N27+M
V29=N28+M
N30=N29+M
V42=N30+M
V43=N42+M
N44=V43+M
V31=N44+M
V45=N31+M
N46=N45+M
V32=N31+ND+1
V33=N32+ND
IF(N46.GE.N33)NMOM=N46-1
IF(N33.GT.N46)NMOM=N33-1
WRITE(5,1100)NEP,NMOM
IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
RETURN
20 CONTINUE
NTP=NPA-V32
<=0
<K=0
<KK=0
IF(NPMM.EQ.0)K=1
IF(IVL.EQ.0)K=0
IF(IMCD.GT.0)KK=1
IF(NPMR.EQ.0)KKK=1
IF(NPMM.EQ.0)NPMM=N32
VPAM1=N32+K*(ND+KK*(NT-VD))
IF(NPMR.EQ.0)NPMR=NPAM1
VPAM2=NPAM1+KK<*NTP
V33=NPAMR
WRITE(5,1200)NTP
N34=N33+144
V47=N34+KK*144
N48=N47+KK*144
V49=N48+KK*144
V35=N34+144
N36=N35+ND
V37=N36+NJ*6
NMOM=NTP
IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
IF(IVL)21,21,22

```



```

22 NMOM=N37-1
   IF(N49.GT.N37)NMOM=N49-1
   WRITE(5,1100)NEP,NMOM
   IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
   RETURN
21 CONTINUE
   N38=N37+ND
   N39=N38+ND
   N40=N39+ND
   N41=N40+12*M
   NMOM=N41-1
   WRITE(5,1100)NEP,NMOM
   IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
   RETURN
30 CONTINUE
   N50=N33
   N51=N50+NC
   N52=N51+NC*ND
   N53=N52
   N54=N53+ND
   N55=N54+ND
   N56=N55+NNC
   N57=N56+NNC
   N58=N57+NC*NC
   N59=N58+VC
   N60=N59+NC
   N61=N60+NC
   N62=N61+NC
   N63=N62+NC
   NMOM=N63-1
   WRITE(5,1100)NEP,NMOM
   IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
   RETURN
40 CONTINUE
   JI=NPAMM
   JF=JI+NROOT-1
   <=0
   DO 100 I=JI,JF
   <=K+1
100 A(I)=A(N50+K-1)
   N50=JI
   JI=JI+NROOT
   JF=JI+(ND*NROOT)-1
   <=0
   DO 110 I=JI,JF
   <=K+1
110 A(I)=A(N51+K-1)
   N51=JI
   N34=N51+ND*NROOT
   N53=N34+144
   N54=N53+NROOT
   N52=N54+ND
   IF(I.SP.EQ.0)GO TO 41
   IF(I.SP.EQ.1)GO TO 43
   IF(I.SP.EQ.2)GO TO 44
41 CONTINUE
   N55=N54
   N56=N55+NINSI+1
   N57=N56+NINSI+1
   N58=N57+KFRES
   N59=N58+KFRES
   NMOM=N59-1
   WRITE(5,1100)NEP,NMOM
   IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
   N60=N55+NINSI+1
   N61=N60+NROOT
   N62=N61+NROOT
   N63=N62+NROOT
   N64=N63+ND
   N65=N64+VD
   N66=N65+12*M
   N67=N66+1
   N68=N67+1
   NMOM=N68-1
   IF(ISIS.EQ.1) GO TO 46

```

```

N69=N68+8*NRD0T
V70=N69+NRD0T
NMOM=N70-1
46 CONTINUE
WRITE(5,1100)NEP,NMOM
IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
RETURN
43 CONTINUE
V55=N54
N56=N55+NINSI+1
V57=N56+NINSI+1
N58=N57+KFRES
N59=N58+KFRES
NMOM=N59-1
WRITE(5,1100)NEP,NMOM
IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
45 N60=N55+NINSI+1
N61=N60+NRD0T
V62=N61+ND
V63=N62+ND
V64=N63+NRD0T
V65=N64+12*M
V66=N65+12*M
V67=N66+6*NJR
V68=N67+4*M
V69=N68+4*M
V70=N69+ND
NMOM=N70-1
WRITE(5,1100)NEP,NMOM
IF(NMOM.GT.NPM)GO TO 5000
RETURN
44 CONTINUE
V60=N54
GO TO 45
5000 WRITE(5,1000)NPM,NEP,NMOM
STOP
1000 FORMAT(///3X,'NO. POSICOES RESERVADAS INSUFICIENTE(',I6,').NEP=',I
*3,'.NMOM=',I6,').')
1100 FORMAT(///3X,'ETAPA',I3,' : POSICOES OCUPADAS = ',I6,')
1200 FORMAT(///3X,'POSICOES OCUPADAS PELA MATRIZ DE RIGIDEZ=',I6)
END
SUBROUTINE GERAC(NJ,X,Y,Z)
DIMENSION X(1),Y(1),Z(1)
DO 10 I=1,NJ
READ(8,100)JI,JF,DX,DY,DZ
IF(I-1)20,20,30
20 IF((JF.LE.0).AND.(JI.LE.0))GO TO 5000
IF(JI.GT.0)J=JI
IF(JF.GT.0)J=JF
X(J)=X
Y(J)=DY
Z(J)=DZ
JANT=J
GO TO 10
30 IF(JI.GT.0)JANT=JI
IF(JF.LE.0)GO TO 5001
J=JF
X(J)=X(JANT)+DX
Y(J)=Y(JANT)+DY
Z(J)=Z(JANT)+DZ
JANT=J
10 CONTINUE
RETURN
5000 WRITE(5,101)JF
101 FORMAT(///,3X,'ERRO.PARE.JUNTA INICIAL FORNECIDA=',I5)
STOP
5001 WRITE(5,102)JF
102 FORMAT(///,3X,'ERRO.PARE.JUNTA FORNECIDA=',I5)
STOP
100 FORMAT(2I5,3F10.0)
END
SUBROUTINE ROTEL(X,Y,Z,JJ,JK,L,AA,XP,YP,ZP,R,M)
REAL L(1)
INTEGER AA(1)
DIMENSION X(1),Y(1),Z(1),JJ(1),JK(1),XP(1),YP(1),ZP(1)

```

```

DIMENSION R(M,9)
DO 211 I=1,M
DO 100 J=1,9
100 R(I,J)=0.
J=JK(I)
K=JJ(I)
SINA=0.0
COSA=1.0
VA=X(J)-X(K)
VB=Y(J)-Y(K)
VC=Z(J)-Z(K)
L(I)=SQRT(VA**2+VB**2+VC**2)
CX=VA/L(I)
CY=VB/L(I)
CZ=VC/L(I)
Q=SQRT(CX**2+CZ**2)
IF(AA(I))205,205,204
204 XPS=XP(I)-X(K)
YPS=YP(I)-Y(K)
ZPS=ZP(I)-Z(K)
205 IF(Q-0.001)208,206,206
206 R(I,1)=CX
R(I,2)=CY
R(I,3)=CZ
R(I,4)=-CX*CY/Q
R(I,5)=Q
R(I,6)=-CY*CZ/Q
R(I,7)=-CZ/Q
R(I,8)=CX/Q
IF(AA(I))210,210,207
207 YPG=R(I,4)*XPS+R(I,5)*YPS+R(I,6)*ZPS
ZPG=R(I,7)*XPS+R(I,8)*YPS+R(I,9)*ZPS
SQ=SQRT(YPG**2+ZPG**2)
COSA=YPG/SQ
SINA=ZPG/SQ
R(I,4)=(-CX*CY*COSA-CZ*SINA)/Q
R(I,5)=Q*COSA
R(I,6)=(-CY*CZ*COSA+CX*SINA)/Q
R(I,7)=(CX*CY*SINA-CZ*COSA)/Q
R(I,8)=-Q*SINA
R(I,9)=(CY*CZ*SINA+CX*COSA)/Q
GO TO 210
208 R(I,2)=CY
R(I,4)=-CY
R(I,9)=1.0
IF(AA(I))210,210,209
209 SQ=SQRT(XPS**2+ZPS**2)
COSA=-XPS/SQ
SINA=ZPS/SQ
R(I,4)=-CY*COSA
R(I,6)=SINA
R(I,7)=CY*SINA
R(I,9)=COSA
210 XP(I)=CX
YP(I)=CY
ZP(I)=CZ
211 CONTINUE
RETURN
:ND
SUBROUTINE ROTJI(J,BETA,GAMA,ALFA)
DIMENSION R(9)
DO 10 I=1,9
10 R(I)=0.0
CX=COS(GAMA)*COS(BETA)
CY=SIN(GAMA)
CZ=COS(GAMA)*SIN(BETA)
Q=SQRT(CX**2+CZ**2)
IF(Q-0.001)114,112,112
112 R(1)=CX
R(2)=CY
R(3)=CZ
R(4)=-CX*CY/Q
R(5)=Q
R(6)=-CY*CZ/Q
R(7)=-CZ*Q

```

```

R(9)=-CX*Q
IF(ALFA)113,115,113.
113 SINA=SIN(ALFA)
    COSA=COS(ALFA)
    R(4)  =(-CX*CY*COSA-CZ*SINA)/Q
    R(5)  =Q*COSA
    R(6)  =(-CY*CZ*COSA+CX*SINA)/Q
    R(7)  =(CX*CY*SINA-CZ*COSA)/Q
    R(8)  =-Q*SINA
    R(9)  =(CY*CZ*SINA+CX*COSA)/Q
GO TO 116
114 R(2)  =CY
    R(4)  =-CY
    R(9)  =1.0
IF(ALFA)115,116,115
115 SINA=SIN(ALFA)
    COSA=COS(ALFA)
    R(4)  =-CY*COSA
    R(6)  =SINA
    R(7)  =CY*SINA
    R(9)  =COSA
116 CONTINUE
WRITE(16,J)(R(I),I=1,9)
RETURN
END
SUBROUTINE INFOR(IB,IBAU,JJ,JK,ITM,IFOR,XP,YP,ZP,AA,L,RAIO,R,ICLB,
*LB,JIN,NP,NRAD,AML,X,Y,Z,M,NA)
INTEGER AA(1),BB
REAL L(1),LL1,LL2
)IMENSION IB(1),IBAU(1),JJ(1),JK(1),ITM(1),IFOR(1),XP(1),YP(1),ZP(
*1),RAIO(1),ICLB(1),JIN(1),NP(1),NRAD(1),X(1),Y(1),Z(1),R(M,9),LB(M
*,12),AML(NA,7)
)IMENSION YM(13),FI(13)
COMMON/INF1/NE,NGM,ITICC,IVL,NJR,NAE,MR,MCC,MCQ,MLB,NJRI,MRTR,NPM,
*VTP,LF,ND
COMMON/INF3/NJ
COMMON/INF4/ILC

LEITURA DAS COORDENADAS DOS NOS
IF(ILC)10,10,20
10 CONTINUE
DO 105 I=1,NJ
  READ(8,1005)J,X(J),Y(J),Z(J)
105 CONTINUE
GO TO 40
20 CALL GERAC(NJ,X,Y,Z)
40 CONTINUE

RESTRICOES NODAIS
NJR7=7*NJ
DO 103 I=1,NJR7
103 IB(I)=0
DO 104 I=1,NJ
104 IBAU(I)=0
DO 106 I=1,NJR
  READ(8,1006)J,IB(7*I-5),IB(7*I-4),IB(7*I-3),IB(7*I-2),IB(7*I-1),IB
  (7*I)
  L1=7*I-6
  IB(L1)=J
106 IBAU(J)=L1

VD=6*NJ

IMPRESSAO GERAL
WRITE(5,1010)
DO 109 J=1,NJ
  IF(IBAU(J))107,107,108
107 L1=7*NJR+NJ
  GO TO 109
108 L1=IBAU(J)
109 WRITE(5,1011)J,X(J),Y(J),Z(J),IB(L1+1),IB(L1+2),IB(L1+3),IB(L1+4),
  1IB(L1+5),IB(L1+6)

```

## DADOS SOBRE AS JUNTAS INCLINADAS

```

C
C
IF(NJRI)120,120,110
110 WRITE(5,1015)
DO 101 I=1,NJ
101 JINC(I)=0
DO 116 I=1,NJRI
READ(8,1016)J,BETA,GAMA,ALFA
WRITE(8,1017)J,BETA,GAMA,ALFA
JINC(J)=1
CALL ROTJ(J,BETA,GAMA,ALFA)
116 CONTINUE
120 CONTINUE

```

## DADOS SOBRE OS APOIOS ELASTICOS

```

C
C
IF(NAE)200,200,121
121 WRITE(5,1018)
DO 125 IC=1,NAE
READ(8,1019)AML(IC,7),(AML(IC,K),K=1,6)
125 WRITE(5,1012)AML(IC,7),(AML(IC,K),K=1,6)

```

## DADOS SOBRE OS ELEMENTOS

```

C
C
200 CONTINUE
WRITE(5,1022)
DO 211 II=1,M
READ(8,1020)I,JJ(I),JK(I),ITM(I),IFOR(I),NP(I),NRAD(I),AA(I),XP(I),
1,YP(I),ZP(I),RAIO(I)
IF(JK(I)-JJ(I))202,202,211
202 WRITE(5,1021)I
STOP
211 CONTINUE

```

## FORMACAO DA MATRIZ DE ROTACAO DO ELEMENTO

```

CALL ROTEL(X,Y,Z,JJ,JK,L,AA,XP,YP,ZP,R,M)

```

## IMPRESSAO DAS CARACTERISTICAS DOS ELEMENTOS

```

C
C
DO 201 I=1,M
WRITE(5,1023)I,JJ(I),JK(I),ITM(I),IFOR(I),NP(I),NRAD(I),AA(I),XP(I),
*,YP(I),ZP(I),L(I),RAIO(I)
201 CONTINUE

```

## DADOS ADICIONAIS SOBRE OS ELEMENTOS DE EIXO CURVO NAO CIRCULAR

```

C
C
IF(MCQ)218,218,212
212 WRITE(5,1024)
DO 217 KI=1,MCQ
READ(8,1013)I,(YM(K),K=1,NP(I)),(FI(K),K=1,NP(I))
NPI=NP(I)
IF(NRAD(I))215,213,215
213 DO 214 K=1,NPI
214 FI(K)=FI(K)/180.*3.14159
215 WRITE(5,1025)I
H=L(I)/(NPI-1)
DO 216 K=1,NPI
H=H*(K-1)
216 WRITE(5,1026)K,HH,K,YM(K),K,FI(K)
217 WRITE(11,I)(YM(K),K=1,NPI),(FI(K),K=1,NPI)
218 CONTINUE

```

## DADOS ADICIONAIS SOBRE ELEMENTOS RETOS COM TRECHO RIGIDO

```

C
C
IF(MRTR)300,300,219
219 WRITE(5,1027)
DO 220 II=1,MRTR
READ(8,1028)I,LL1,LL2,WP
WRITE(14,I)LL1,LL2,WP
220 WRITE(5,1028)I,LL1,LL2,WP

```

## LIBERACOES - DADOS E TESTES DE INSTABILIDADE

```

C
C
300 CONTINUE

```

```

IF(MLB)400,400,301
301 WRITE(5,1030)
DO 308 I=1,M
ICLB(I)=0
DO 308 J=1,12
308 LB(I,J)=0
DO 302 IC=1,MLB
READ(8,1031)I,(LB(I,K),K=1,12)
ICLB(I)=I
302 WRITE(5,1032)I,(LB(I,K),K=1,12)
3B=0
DO 307 I=1,M
IF(ICLB(I))303,307,303
303 DO 306 IC=1,4
IF(LB(I,IC))304,306,304
304 IF(LB(I,IC+6))305,306,305
305 WRITE(5,1033)I,IC
3B=10
306 CONTINUE
307 CONTINUE
IF(3B)1000,400,1000
1000 STOP
400 CONTINUE
RETURN
1005 FORMAT(I5,3F10.0)
1006 FORMAT(7I5)
1010 FORMAT(//4X,'NATUREZA DAS JUNTAS DE APOIO'/3X,'C O O R D E N A D
1A S DAS JUNTAS',9X,'TRANSLACAO',6X,'ROTACAO'/4X,'J',8X,'X(J)',6X
2'Y(J)',6X,'Z(J)',9X,'X Y Z',6X,'X Y Z')
1011 FORMAT(2X,I3,F12.2,F10.2,F10.2,I10,I4,I5,I7,I3,I3)
1015 FORMAT(//3X,'ANGULO DE INCLINACAO DAS JUNTAS'/3X,' J BETA GAM
1A ALFA')
1016 FORMAT(I5,3F10.2)
1017 FORMAT(I2,3F7.5)
1018 FORMAT(//3X,'COEFICIENTES DE RIGIDEZ DOS APOIOS ELA
1STICOS',//4X,'J DIREC X DIREC Y DIREC Z ROTAC X ROTAC Y R
1JTAC Z',//)
1019 FORMAT(I5,6F10.0)
1012 FORMAT(3X,I2,3F9.1,3X,3F9.1,/)
1022 FORMAT(//3X,'DADOS SOBRE OS ELEMENTOS',//3X,' I JJ JK ITM
1IFOR NP NRAD AA',8X,'CX',8X,'CY',8X,'CZ',9X,'L',10X,'RAIO',//)
1020 FORMAT(8I5,4F10.2)
1021 FORMAT(//3X,'O MEMBRO',I2,' POSSUE JK NAO MAIOR QUE JJ')
1023 FORMAT(8I5,2X,3F10.4,2F11.3)
1024 FORMAT(//3X,'MEMBRO C/RVO QUALQUER - PROPRIEDADES ADICIONAIS',/)
1013 FORMAT(I10,7F10.0,/,8F10.0,/,8F10.0,/,3F10.0)
1025 FORMAT(//3X,'MEMBRO C/RVO NO.',I3,' COORDENADAS E ANGULOS DE INC
1LINACAO')
1026 FORMAT(' XM(',I2,')=',F7.3,10X,' YM(',I2,')=',F7.3,10X,' FI(',I2,')=
1',F7.3)
1027 FORMAT(//3X,' MEMBROS RETOS COM TRECHO RIGIDO - PROPRIEDADES ADIC
1IONAIS',//3X,' I',8X,' L1',8X,' L2',8X,' WP',//)
1028 FORMAT(I5,3F10.4)
1030 FORMAT(//3X,' L I B E R A C O E S NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS'
1/9X,' EXTREMIDADE INICIAL',8X,' EXTREMIDADE FINAL'/3X,' MEMB FX FY
2 FZ MX MY MZ',8X,' FX Y FZ MX MY MZ')
1031 FORMAT(13I5)
1032 FORMAT(3X,2I4,2I3,I5,2I3,I10,2I3,I5,2I3)
1033 FORMAT(//3X,'O MEMBRO NUMERO',I5,5X,'ESTA INSTAVEL NA DIRECAO',I5)
END
SUBROUTINE FLEX1(XFI,XFO,IC,EL,P,RC,RM,TH,NFL)
4B=(TH*RC)/(RM**2)
IF(IC.EQ.2)HB=HB*(5./3.)
IF(IC.EQ.1)XFI=1.65/HB
IF(IC.EQ.2)XFI=1.52/HB
AUX=(RC/RM)**(1./3.)
AUX=AUX*(RM/TH)**(7./3.)
XPR=1.+(6.*P/EL)*AUX
XFI=XFI/XPR
XFL=1.0
IF(NFL.EQ.0.0)XFL=1.0
IF(NFL.EQ.0.1)XFL=HB*(1./6.)
IF(NFL.EQ.0.2)XFL=HB*(1./3.)
XFI=XFI*XFL
IF(XFI.LT.1.0)XFI=1.0

```

```

XFO=XFI
RETURN
END
SUBROUTINE FTEV1(XTI,XTO,IC,EL,P,RC,RM,TH,NFL)
HB=(TH*PC)/(RM**2)
XTI=0.90/(HB**(2./3.))
AUX=(RC/RM)**(2./3.)
AUX=AUX*(RM/TH)**(5./2.)
XPR=1.+(3.25*P/EL)*AUX
XTI=XTI/XPR
XFL=1.0
IF(NFL.EQ.0)XFL=1.0
IF(NFL.EQ.1)XFL=HB**(1./6.)
IF(NFL.EQ.2)XFL=HB**(1./3.)
XTI=XTI*XFL
IF(XTI.LT.1.0)XTI=1.0
XTO=XTI
RETURN
END
SUBROUTINE FLEX2(XFI,XFO,IC,E,P,A,B,H,NFL,POIS,R01,R02)
PI=4.*ATAN(1.0)
AUX=1.*H/(1.-POIS*POIS)
D=AUX*H*H/12.
D1=AUX*B*PI/(A*A)
D2=PI*D/B**3
D4=POIS*D/(A*B)
D3=D4/B
A11=(5./2.)*D1+36.*D2+(144./15.)*D3+12.*PI*P
A12=(5./4.)*D1+(96./7.)*D3
A22=(17./2.)*D1+3600.*D2+(1600./7.)*D3+240.*PI*P
B1=(3./2.)*D1+3+4.*D4
B2=8.*D4
DN=A11*A22-A12*A12
R01=(A12*B2+A22*B1)/DN
R02=(A12*B1+A11*B2)/DN
D1=D1*B*B
D1=1./D1
XFI=1./((1.+D1*(A11*R01*R01+A22*R02*R02-2.*A12*R01*R02-2.*B1*R01-2.*B2*R02))
IF(XFI.LT.1.)XFI=1.
XFO=XFI
RETURN
END
SUBROUTINE FTEV2(XTI,XTO,XFI,XFO,R01,R02,B)
X=60.*R02+B
Y=60.*R01
IF(X.LT.Y)GO TO 1
XTI=1.+(4.*R02-2.*R01)/3
XTO=XTI
RETURN
1 W=3.*R01+30.*R02
T=120.*R02
Z=(W-SQRT(W**2-3*T))/T
C=SQRT(Z)*((1.-2.*Z*R01/3-R02*(20.*Z-24.*Z**2)/B)
XTI=C*XFI
XTO=C*XFO
RETURN
END
SUBROUTINE MATL(RAIO,ITM,FIJ,E,G,AX,IP,W,FC,FFI,FFO,BETA,GAMA,PR,A
E,M,NGM,DIEX,ESPE,L)
REAL L(1),IP(1)
DIMENSION RAIO(1),ITM(1),FIJ(1),E(1),G(1),AX(1),W(1),FC(1),FFI(1),
FFO(1),BETA(1),GAMA(1),PR(1),A(1),DIEX(1),ESPE(1)
DIMENSION PG(19),B(16)
COMMON/SIG/ICR,IIPR,IINX,IINC,IFIT
C*****INICIALIZACAO
DEFINICAO DE FUNCOES
FAREA(X,Y,PI)=PI/4.*(X**2-Y**2)
FINP(X,Y,PI)=PI/32.*(X**4-Y**4)
FDIEX(X,Y,PI)=SQRT(4.*X/Y+2.*Y/PI)
FCORT(X,Y)=(4./3.)*(X**3-Y**3)/((X**2+Y**2)*(X-Y))
PI=4.*ATAN(1.0)

```

```

C      DO 10 I=1,M
10    AE(I)=I
      WRITE(5,1000)
      IF(NGM.LT.1)NGM=1
C
C*****INICIO DA LEITURA E INTERPRETACAO DE DADOS
C
      DO 500 III=1,NGM
      REA(8,100)NEG
      IF((NEG.EQ.0).AND.(NGM.GT.1))GO TO 5000
      IF(NEG.EQ.0)GO TO 200
      READ(8,104)(AE(I),I=1,NEG)
200    READ(8,103)(B(I),I=1,15)
      IF(NEG.EQ.0)NEG=M
      IF(III.GT.1)GO TO 300
C
C      PRIMEIRO(OU UNICO) GRUPO DE PROPRIEDADES
C
      DO 201 I=1,16
201    PG(I)=B(I)
      TESTES DE CONSISTENCIA, E PROPRIEDADES DERIVADAS
      IF(PG(1).LE.0.0)GO TO 5001
      PG(17)=PG(1)/(2.*(PG(2)+1.))
      IF((PG(3).LE.0.0).OR.(PG(4).LE.0.0))GO TO 205
      X=PG(3)
      Y=PG(3)-2.*PG(4)
      PG(5)=FAREA(X,Y,PI)
      PG(6)=FINEP(X,Y,PI)
      GO TO 206
205    IF((PG(5).LE.0.0).OR.(PG(6).LE.0.0))GO TO 5002
      X=PG(6)
      Y=PG(5)
      PG(3)=FDIEX(X,Y,PI)
      AUX=PG(3)**2-4.*PG(5)/PI
      IF(AUX)5004,207,207
207    Z=SQRT(AUX)
      PG(4)=(PG(3)-Z)/2.
206    CONTINUE
      PG(18)=(PG(3)-PG(4))/2.
      IF(PG(13))210,211,212
210    PG(13)=0.0
      GO TO 212
211    X=PG(3)/2.
      Y=X-PG(4)
      PG(13)=FCORT(X,Y)
212    PG(13)=PG(13)
      IF((PG(14).LE.0.0).AND.(PG(15).LE.0.0))GO TO 325
      IF(PG(14).LE.0.0)GO TO 5010
      IF(PG(15).LE.0.0)GO TO 5006
      GO TO 220
C
C      DEMAIS GRUPOS (OU SIMPLES ALTERACOES SOBRE O PRIMEIRO GRUPO)
C
300    CONTINUE
      IF(B(1).GT.0.0)PG(1)=B(1)
      IF(B(2).GT.0.0)PG(2)=B(2)
      IF((B(1).GT.0.0).OR.(B(2).GT.0.0))PG(17)=PG(1)/(2.*(PG(2)+1.))
C
      IF(B(3).GT.0.0)PG(3)=B(3)
      IF(B(4).GT.0.0)PG(4)=B(4)
      IF((B(3).LE.0.0).OR.(B(4).LE.0.0))GO TO 305
      X=PG(3)
      Y=PG(3)-2.*PG(4)
      PG(5)=FAREA(X,Y,PI)
      PG(6)=FINEP(X,Y,PI)
      GO TO 310
C
305    IF(B(5).GT.0.0)PG(5)=B(5)
      IF(B(6).GT.0.0)PG(6)=B(6)
      IF((B(5).LE.0.0).OR.(B(6).LE.0.0))GO TO 310
      X=PG(6)
      Y=PG(5)
      PG(3)=FDIEX(X,Y,PI)
      AUX=PG(3)**2-4.*PG(5)/PI

```



```

307 IF(AUX)5004,307,307
    Z=SQRT(AUX)
    PG(4)=(PG(3)-Z)/2.
C
310 CONTINUE
    PG(18)=(PG(3)-PG(4))/2.
C
    X=PG(3)/2.
    Y=X-PG(4)
    IF(B(13).EQ.0.0)PG(13)=FCORT(X,Y)
    IF(B(13).GT.0.0)PG(13)=3(13)
    IF(B(13).LT.0.0)PG(13)=0.0
C
320 CONTINUE
    IF(B(8).GT.0.0)PG(8)=B(8)
    IF(B(9).GT.0.0)PG(9)=B(9)
    IF(B(10).GT.0.0)PG(10)=3(10)
    IF(B(11).GT.0.0)PG(11)=3(11)
    IF(B(12).GT.0.0)PG(12)=3(12)
    IF(B(7).GT.0.0)PG(7)=B(7)
    IF(B(16).GT.0.0)PG(16)=3(16)
    IF(B(14).GT.0.0)PG(14)=3(14)
    IF(B(15).GT.0.0)PG(15)=3(15)
    IF((PG(14).LE.0.0).AND.(PG(15).LE.0.0))GO TO 325
    IF(PG(14).LE.0.0)GO TO 5010
    IF(PG(15).LE.0.0)GO TO 5006
-----
220 SGG=PG(14)
    FGG=PG(15)
    RMG=PG(18)
    TANG=SIN(FGG)/COS(FGG)
    AUX=SGG/RMG-TANG
    IF(AUX.LE.0.0)RAIOG=SGG/(2.*TANG)
    IF(AUX.GT.0.0)RAIOG=0.5*RMG*(1.+1./TANG)
    PG(19)=RAIOG
C
    PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DO GRUPO
325 CONTINUE
    DO 450 II=1,NEG
    I=AE(II)
    E(I)=PG(1)
    S(I)=PG(17)
    AX(I)=PG(5)
    IP(I)=PG(6)
    W(I)=PG(8)
    FC(I)=PG(13)
    PR(I)=PG(7)
    IF(ITM(I).EQ.2)RAIO(I)=PG(19)
    IF(ITM(I).LE.0)FFI(I)=1.0
    IF(ITM(I).LE.0)FFO(I)=1.0
    IF(ITM(I).LE.0)BETA(I)=1.0
    IF(ITM(I).LE.0)GAMA(I)=1.0
    IF(ITM(I).LE.0)FIJ(I)=0.0
    IF(ITM(I).LE.0)GO TO 410
C
    C=SQRT(RAIO(I)**2-(L(I)/2.)***2)
    IF(C.LT.0.0001)FIJ(I)=PI
    IF(C.GE.0.0001)FIJ(I)=ATAN(L(I)/(2.*C))
    FFI(I)=PG(9)
    FFO(I)=PG(10)
    BETA(I)=PG(11)
    GAMA(I)=PG(12)
    IF(PG(16).GT.0.0)WRITE(5,1030)I,PG(16)
    K=0

```

```

IF((FFI(I).LT.1.).OR.(FFO(I).LT.1.))K=1
IF((FFI(I).GE.100.).OR.(FFO(I).GE.100.))K=2
IF(K.EQ.0)GO TO 405
L=(I)
P=PR(I)
RC=RAIO(I)
RM=PG(18)
TH=PG(4)
IC=ITM(I)
NFL=PG(16)
POIS=PG(2)
IF(K.EQ.1)CALL FLEX1(XFI,XFO,IC,EL,P,RC,RM,TH,NFL)
IF(K.EQ.2)CALL FLEX2(XFI,XFO,IC,EL,P,RC,RM,TH,NFL,POIS,R01,R02)
IF((FFI(I).LT.1.).OR.(FFI(I).GE.100.))FFI(I)=XFI
IF((FFO(I).LT.1.).OR.(FFO(I).GE.100.))FFO(I)=XFO

```

```

C 405 CONTINUE
K=0
IF((BETA(I).LT.1.).OR.(GAMA(I).LT.1.))K=1
IF((BETA(I).GE.100.).OR.(GAMA(I).GE.100.))K=2
IF(K.EQ.0)GO TO 410
L=(I)
P=PR(I)
RC=RAIO(I)
RM=PG(18)
TH=PG(4)
IC=ITM(I)
NFL=PG(16)
IF(K.EQ.1)CALL FTEN1(XTI,XTO,IC,EL,P,RC,RM,TH,NFL)
IF(K.EQ.2)CALL FTEN2(XTI,XTO,XFI,XFO,R01,R02,RM)
IF((BETA(I).LT.1.).OR.(BETA(I).GE.100.))BETA(I)=XTI
IF((GAMA(I).LT.1.).OR.(GAMA(I).GE.100.))GAMA(I)=XTO

```

```

C 410 CONTINUE
DEX(I)=PG(3)
SPE(I)=PG(4)
C 450 CONTINUE

```

```

C PG(9)=0.0
PG(10)=0.0
PG(11)=0.0
PG(12)=0.0
PG(13)=0.0
PG(14)=0.0
PG(15)=0.0
PG(16)=0.0
500 CONTINUE

```

```

C *****FIM DE LEITURA E INTERPRETACAO DE DADOS

```

```

C *****FATORES DE TENSOES ESPECIAIS PARA INTERSECCOES.

```

```

IFIT=0
READ(8,110)NFTE
IF(NFTE.EQ.0)GO TO 550
WRITE(5,5500)
DO 120 I=1,NFTE
READ(8,5501)J,FTEI,FTEJ
WRITE(5,5502)J,FTEI,FTEJ
WRITE(17,J)FTEI,FTEJ
120 CONTINUE
IFIT=NFTE
550 CONTINUE

```

```

C *****

```

```

C *****CONTROLE FINAL DE CONSISTENCIA

```

```

C DO 700 I=1,M
IF(E(I).LE.0)GO TO 5100
700 CONTINUE

```

```

C DO 605 I=1,M
IF(ITM(I).EQ.2)WRITE(5,1040)I,RAIO(I)
605 CONTINUE

```

```

C WRITE(5,1010)
DO 600 I=1,M

```

```

      TETA=2.*FIJ(I)
600  WRITE(5,1020)I,E(I),G(I),DIEX(I),ESPE(I),AX(I),IP(I),FFI(I),FFO(I)
      *,FC(I),TETA,W(I)
      RETURN

```

```

C
5000 WRITE(5,6000)III
      STOP
5001 WRITE(5,6001)
      STOP
5002 WRITE(5,6002)
      STOP
5004 WRITE(5,6004)AUX,III
      STOP
5006 WRITE(5,6006)III
      STOP
5010 WRITE(5,6010)III
      STOP
5100 WRITE(5,6100)I
      STOP

```

```

C
100  FORMAT(I5)
104  FORMAT(16I5)
103  FORMAT(8E10.0)
1000 FORMAT(///3X,'PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS')
1010 FORMAT(/,7X,'MODULO DE ELASTICIDADE CARACTERISTICAS DA SECAO TRA
1 INVERSAL FATORES DE FLEXIBILIDADE FATOR DE ANGULO PESO(MAS
2 SA)',/,3X,'EL LONGITUDIN TRANSVERS DIAMEXT ESPESS AREA
3 IN POLAR FATFLEX1 FATFLEX2 CORTANTE INTERN ESPECI
4 FICD.',/,7)
1020 FORMAT(I5,E12.5,E12.4,F10.3,F9.3,F9.2,F11.2,F12.3,2X,2F12.3,F9.4,F
114.3)
1030 FORMAT(/3X,'O ELEMENTO',I4,' POSSUI ',F3.0,' FLANGES')
1040 FORMAT(/3X,'O ELEMENTO',I4,' E GOMADO,E POSSUI RAO EQUIVALENTE=',
*,F12.5)
110  FORMAT(I5)
5500 FORMAT(///3X,'FATORES DE TENSOES ESPECIAIS',/,3X,'JT',6X,'FTEI',6X
*,'FTEO',/)
5501 FORMAT(I5,2E10.0)
5502 FORMAT(I5,F10.3)
6000 FORMAT(///3X,'ERRO.PARE.FALTAM OS ELEMENTOS DO GRUPO',I5)
6001 FORMAT(///3X,'ERRO.PARE.MODULO DE ELASTICIDADE NULO NO PRIMEIRO GR
*UPO JE PROPRIEDADES.')
6002 FORMAT(///3X,'ERRO.PARE.AREA E INERCIA , OU , DIAMETRO EXTERNO E E
*SPESSURA, DEVE SER DADO.S. PLO MENOS NO PRIMEIRO GRUPO.')
6004 FORMAT(///3X,'ERRO.PARE.AREA E INERCIA POLAR INCONSISTENTES PARA S
*CAO TRANSVERSAL TUBULAR.AUX=',E12.5,'GRUPO=',I3)
6006 FORMAT(///3X,'ERRO.PARE.NAO FOI DADO O ANGULO FI DO ELEMENTO GOMAD
*J.GRUPO =',I3)
6010 FORMAT(///3X,'ERRO.PARE.NAO FOI DADO O ESPACAMENTO DO ELEMENTO GOM
*ADO.GRUPO =',I3)
6100 FORMAT(/3X,'ERRO.PARE.*****OMISSAO DAS PROPRIEDADES DO ELEMENTO
*',I4,'*****')

```

```

C
      END
      SUBROUTINE EDES(MAXA,ALTU,ND,M,JJ,JK,NJ,LF,NPM,NTP)
      INTEGER ALTU(1)
      DIMENSION MAXA(1),JJ(1),JK(1)
C***** CRIA O VETOR DE ALTURAS DAS COLUNAS
      DO 1 I=1,ND
1 ALTU(I)=0
C***** CALCULO DAS ALTURAS PARA AS JUNTAS TIPO JK
      DO 10 I=1,M
      NAC=6*(JK(I)-JJ(I)+1)
      NAC1=NAC-1
      IF(ALTU(K)-NAC1)4,10,10
4 DO 6 J=1,6
      L=K-J+1
6 ALTU(L)=NAC-J
10 CONTINUE
C***** CALCULO DAS ALTURAS PARA AS JUNTAS EXCLUSIVAMENTE TIPO JJ
      DO 20 JJI=1,NJ
      LE=6*JJJ
      IF(ALTU(K))12,12,20
12 DO 14 J=1,6

```

```

      L=K-J+1
14  ALTU(L)=6-J
20  CONTINUE
C***** CALCULO DE MAXA(I) E LF
      LF=0
      ND1=N)+1
      DO 30 I=1,ND1
30  MAXA(I)=0
      MAXA(1)=1
      MAXA(2)=2
      IF(ND-1)40,40,32
32  DO 36 I=2,ND
      IF(ALTU(I)-LF)36,36,34
34  LF=ALTU(I)
36  MAXA(I+1)=MAXA(I)+ALTU(I)+1
40  LF=LF+1
      NTP=MAXA(ND1)-MAXA(1)+VPM
      RETURN
      END
      SUBROUTINE LIBER(LB,I,4*ML,SM,SMR,M)
      DIMENSION LB(M,12),AML(M,12),SM(12,12),SMR(12,12)
      DO 431 IC=1,12
      IF(LB(I,IC))220,220,221
221  XP=AML(I,IC)
      DO 222 K=1,12
      AML(I,K)=AML(I,K)-SM(K,IC)*XP/SM(IC,IC)
222  CONTINUE
      DO 223 K=1,12
      DO 223 J=1,12
      SMR(K,J)=SM(K,J)-SM(K,IC)*SM(IC,J)/SM(IC,IC)
223  CONTINUE
      DO 430 K=1,12
      DO 430 J=1,12
430  SM(K,J)=SMR(K,J)
431  CONTINUE
220  CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INVER(S,N)
      DIMENSION S(N,N),G(12),H(12)
C
      NN=N-1
      S(1,1)=1./S(1,1)
      IF(NN)50,120,50
50  CONTINUE
      DO 110 M=1,NN
      L=M+1
      DO 60 I=1,M
      G(I)=0.
      DO 60 J=1,M
60  G(I)=G(I)+S(I,J)*S(J,K)
      D=0.
      DO 70 I=1,M
70  D=D+S(K,I)*G(I)
      E=S(K,K)-D
      S(K,K)=1./E
80  S(I,K)=-G(I)*S(K,K)
      DO 90 J=1,M
      H(J)=0.
      DO 90 I=1,M
90  H(J)=H(J)+S(K,I)*S(I,J)
      DO 100 J=1,M
100  S(K,J)=-H(J)*S(K,K)
      DO 110 I=1,M
      DO 110 J=1,M
110  S(I,J)=S(I,J)-G(I)*S(K,J)
120  CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE QSF(H,Y,Z,N)IM)
      DIMENSION Y(21),Z(21)
      HT=.33333333*4
      IF(N)IM=5)7,8,1
C
      NDIM IS GREATER THAN 5. PREPARATIONS OF INTEGRATION LOOP

```

```

1 SUM1=Y(2)+Y(2)
  SUM1=SUM1+SUM1
  SUM1=HT*(Y(1)+SUM1+Y(3))
  AUX1=Y(4)+Y(4)
  AUX1=AUX1+AUX1
  AUX1=SUM1+HT*(Y(3)+AUX1+Y(5))
  AUX2=HT*(Y(1)+3.875*(Y(2)+Y(5))+2.625*(Y(3)+Y(4))+Y(6))
  SUM2=Y(5)+Y(5)
  SUM2=SUM2+SUM2
  SUM2=AUX2-HT*(Y(4)+SUM2+Y(6))
  Z(1)=0.
  AUX=Y(3)+Y(3)
  AUX=AUX+AUX
  Z(2)=SUM2-HT*(Y(2)+AUX+Y(4))
  Z(3)=SUM1
  Z(4)=SUM2
  IF(N)IM=5)5,5,2
  INTEGRATION LOOP
2 )O 4 I=7,NDIM,2
  SUM1=AUX1
  SUM2=AUX2
  AUX1=Y(I-1)+Y(I-1)
  AUX1=AUX1+AUX1
  AUX1=SUM1+HT*(Y(I-2)+AJX1+Y(I))
  Z(I-2)=SUM1
  IF(I-NDIM)3,6,6
3 AUX2=Y(I)+Y(I)
  AUX2=AUX2+AUX2
  AUX2=SUM2+HT*(Y(I-1)+AJX2+Y(I+1))
4 Z(I-1)=SUM2
5 Z(NDIM-1)=AUX1
  Z(NDIM)=AUX2
  RETURN
6 Z(NDIM-1)=SUM2
  Z(NDIM)=AUX1
  RETURN
C END OF INTEGRATION LOOP
C 7 IF(N)IM=3)12,11,8
  NDIM IS EQUAL TO 4 OR 5
8 SUM2=1.125*HT*(Y(1)+Y(2)+Y(2)+Y(2)+Y(3)+Y(3)+Y(3)+Y(4))
  SUM1=Y(2)+Y(2)
  SUM1=SUM1+SUM1
  SUM1=HT*(Y(1)+SUM1+Y(3))
  Z(1)=0.
  AUX1=Y(3)+Y(3)
  AUX1=AUX1+AUX1
  Z(2)=SUM2-HT*(Y(2)+AUX1+Y(4))
  IF(N)IM=5)10,9,9
9 AUX1=Y(4)+Y(4)
  AUX1=AUX1+AUX1
  Z(5)=SUM1+HT*(Y(3)+AUX1+Y(5))
10 Z(3)=SUM1
  Z(4)=SUM2
  RETURN
C NDIM IS EQUAL TO 3
11 SUM1=HT*(1.25*Y(1)+Y(2)+Y(2)-.25*Y(3))
  SUM2=Y(2)+Y(2)
  SUM2=SUM2+SUM2
  Z(3)=HT*(Y(1)+SUM2+Y(3))
  Z(1)=0.
  Z(2)=SUM1
12 RETURN
  :N)
  SUBROUTINE RIRET(I,L,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,BM,IMCD,W)
  REAL L(1),IP(1)
  )IMENSION SM(12,12),E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FFO(1)
  )IMENSION BM(12,12),W(1)
  )O 1 K=1,12
  )O 1 J=1,12
1 SM(K,J)=0.0
  FI=(C(I))*(.5.*E(I)*IP(I))/(G(I)*AX(I)*L(I)**2)
  FI1=FI+1.
  FI2=2.-FI
  FI4=FI+4.
  SA=E(I)*AX(I)/L(I)

```

```

SB=G(I)*IP(I)/L(I)
S1=(E(I)*IP(I)/2.)/(L(I)*FI1)
S6=6.*S1/L(I)
S12=2.*S6/L(I)
SM(1,1)=SA
SM(2,2)=S12
SM(3,3)=S12
SM(4,4)=SB
SM(5,5)=S1*FI4
SM(6,6)=S1*FI4
SM(7,7)=SA
SM(8,8)=S12
SM(9,9)=S12
SM(10,10)=SB
SM(11,11)=S1*FI4
SM(12,12)=S1*FI4
SM(1,7)=-SA
SM(2,6)=S6
SM(2,8)=-S12
SM(2,12)=S6
SM(3,5)=-S6
SM(3,9)=-S12
SM(3,11)=-S6
SM(4,10)=-SB
SM(5,9)=S6
SM(5,11)=S1*FI2
SM(6,8)=-S6
SM(6,12)=S1*FI2
SM(8,12)=-S6
SM(9,11)=S6
SM(7,1)=SM(1,7)
SM(6,2)=SM(2,6)
SM(8,2)=SM(2,8)
SM(12,2)=SM(2,12)
SM(5,3)=SM(3,5)
SM(9,3)=SM(3,9)
SM(11,3)=SM(3,11)
SM(10,4)=SM(4,10)
SM(9,5)=SM(5,9)
SM(11,5)=SM(5,11)
SM(8,6)=SM(6,8)
SM(12,6)=SM(6,12)
SM(12,8)=SM(8,12)
SM(11,9)=SM(9,11)

```

```

IF(IMCD.EQ.0)RETURN

```

```

WM=W(I)*L(I)
XL=L(I)
XL2=XL*XL
XI2=IP(I)/AX(I)
XI=XI2/2.
)O 2 K=1,12
)O 2 J=1,12
2 3M(J,K)=0.0
3M(1,1)=(1./3.)*WM
3M(7,7)=BM(1,1)
3M(1,7)=(1./6.)*WM
3M(4,4)=XI2*BM(1,1)
3M(10,10)=BM(4,4)
3M(4,10)=XI2*BM(1,7)
3M(2,2)=((13./35.)+(6./5.)*XI/XL2)*WM
3M(2,6)=((11./210.)*XL+(1./10.)*XI/XL)*WM
3M(2,8)=((9./70.)-(6./5.)*XI/XL2)*WM
3M(2,12)=((-13./420.)*XL+(1./10.)*XI/XL)*WM
3M(6,6)=((1./105.)*XL2+(2./15.)*XI)*WM
3M(6,8)=-BM(2,12)
3M(6,12)=((-1./140.)*XL2-(1./30.)*XI)*WM
3M(8,8)=BM(2,2)
3M(8,12)=-BM(2,6)
3M(12,12)=BM(6,6)
3M(7,1)=BM(1,7)
3M(10,4)=BM(4,10)
3M(6,2)=BM(2,6)
3M(8,2)=BM(2,8)

```

```

3 M(12,2)=BM(2,12)
3 M(8,6)=BM(6,8)
3 M(12,6)=BM(6,12)
3 M(12,8)=BM(8,12)
3 M(3,3)=BM(2,2)
3 M(3,5)=-BM(2,6)
3 M(3,9)=BM(2,8)
3 M(3,11)=-BM(2,12)
3 M(5,5)=BM(6,6)
3 M(5,9)=-BM(6,8)
3 M(5,11)=BM(6,12)
3 M(9,9)=BM(8,8)
3 M(9,11)=-BM(8,12)
3 M(11,11)=BM(12,12)
3 M(5,3)=BM(3,5)
3 M(9,3)=BM(3,9)
3 M(11,3)=BM(3,11)
3 M(9,5)=BM(5,9)
3 M(11,5)=BM(5,11)
3 M(11,9)=BM(9,11)
RETURN
*J, W)
SUBROUTINE RICUCCI(L,RAIO,FIJ,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,BM,H,X,A,IMC
*J(1)
REAL L(1),IP(1)
DIMENSION RAIO(1),FIJ(1),SM(12,12),E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FF
*J(1)
DIMENSION FM(6,6)
DIMENSION BM(12,12),X(12,12),H(12,12),A(12,12),W(1)
DO 1 K=1,12
DO 1 J=1,12
1 SM(J,K)=0.0
DO 2 K=1,6
DO 2 J=1,6
2 FM(J,K)=0.0
FI=2.*FIJ(1)-
SF=SIN(FI)
SF2=SIN(-IJ(1))
CF=COS(FI)
CF2=COS(-IJ(1))
S1=FI+SF
S2=FI-SF
R=RAIO(1)
FP=FFI(1)
FO=FFO(1)
FM(1,1)=(R*S1)/(2.*E(1)*AX(1))+(R*S2*FC(1))/(2.*G(1)*AX(1))+(FP*R*
1 *3*(FI-3.*SF+2.*FI*CF2**2))/(E(1)*IP(1))
FM(1,2)=(FP*R**3*(4.*S**2-2.*FI*SF))/(E(1)*IP(1))
FM(1,6)=(FP*R**2*(4.*S**2-2.*FI*CF2))/(E(1)*IP(1))
FM(2,2)=(R*S2)/(E(1)*2.*AX(1))+(FC(1)*R*S1)/(2.*G(1)*AX(1))+(FP*R*
1 *3*(2.*FI*SF2**2+S2))/(E(1)*IP(1))
FM(2,6)=(FP*R**2*FI*SF2)/(E(1)*IP(1)/2.)
FM(6,6)=(FP*R*FI)/(E(1)*IP(1)/2.)
FM(3,3)=(R**3*(3.*FI+S*CF-4.*SF))/(2.*G(1)*IP(1))+(R**3*FO*(FI-SF
1 *CF))/(E(1)*IP(1))+(FC(1)*R*FI)/(G(1)*AX(1))
FM(3,4)=(-R**2*(4.*SF2-CF2*S1))/(2.*G(1)*IP(1))+(FO*R**2*CF2*S2)/(
1 E(1)*IP(1))
FM(3,5)=-R**2*SF2*S2/(2.*G(1)*IP(1))-(FO*R**2*SF2*S1)/(E(1)*IP(1))
FM(4,4)=(R*S1)/(2.*G(1)*IP(1))+(FO*R*S2)/(E(1)*IP(1))
FM(5,5)=(R*S2)/(2.*G(1)*IP(1))+(FO*R*S1)/(E(1)*IP(1))
FM(2,1)=FM(1,2)
FM(6,1)=FM(1,6)
FM(6,2)=FM(2,6)
FM(4,3)=FM(3,4)
FM(5,3)=FM(3,5)
CALL INVER(FM,6)
DO 3 J=7,12
JT=J-6
DO 3 K=7,J
<T=<-6
3 SM(J,K)=FM(JT,<T)
SM(1,1)=SM(7,7)
SM(2,1)=SM(8,7)
SM(2,2)=SM(8,8)
SM(3,3)=SM(9,9)

```

```

SM(4,3)=SM(10,9)
SM(4,4)=SM(10,10)
SM(5,3)=SM(11,9)-SM(9,9)*L(I)
SM(5,4)=SM(11,10)-SM(10,9)*L(I)
SM(5,5)=SM(11,11)-2.*S4(11,9)*L(I)+SM(9,9)*L(I)**2
SM(6,1)=SM(8,7)*L(I)+S4(12,7)
SM(6,2)=SM(12,8)+SM(8,8)*L(I)
SM(6,6)=SM(12,12)+SM(8,8)*L(I)**2+2.*SM(12,8)*L(I)
SM(7,1)=-SM(7,7)
SM(7,2)=-SM(8,7)
SM(7,6)=-(SM(8,7)*L(I)+SM(12,7))
SM(8,1)=-SM(8,7)
SM(8,2)=-SM(8,8)
SM(8,6)=-(SM(8,8)*L(I)+SM(12,8))
SM(9,3)=-SM(9,9)
SM(9,4)=-SM(10,9)
SM(9,5)=-SM(11,9)+SM(9,9)*L(I)
SM(10,3)=-SM(10,9)
SM(10,4)=-SM(10,10)
SM(10,5)=-SM(11,10)+SM(10,9)*L(I)
SM(11,3)=-SM(11,9)
SM(11,4)=-SM(11,10)
SM(11,5)=-SM(11,11)+SM(11,9)*L(I)
SM(12,1)=-SM(12,7)
SM(12,2)=-SM(12,8)
SM(12,6)=-(SM(12,8)*L(I)+SM(12,12))
DO 4 J=1,12
DO 4 K=1,J
4 SM(K,J)=SM(J,K)
WRITE(13,I)SM

```

```

IF(IMCD.EQ.0)RETURN

```

```

DO 10 J=1,12
DO 10 K=1,12
X(J,K)=0.0
H(J,K)=0.0
SM(J,K)=0.0
10 A(J,K)=0.0
I=I+1
SF=SIN(FI J(I))
CF=COS(FI J(I))
I2=2*I
S2F=SIN(F2 I)
C2F=COS(F2 I)
R2=R*R
FP=1./FF I(I)
SI=FP*(IP(I)/2.)/(AX(I)*R2)
CI=(1.-CSI)/(1.+CSI)
I1=I+1
I2=G(I)*IP(I)/R2
IG=1./FF I(I)
I3=FG*E(I)*(IP(I)/2.)/R2
I4=2.*R*C2*C3/(C2+C3)
I5=2.*C3/(C2+C3)
I6=(C2-C3)/(C2+C3)
I7=(IP(I)/2.)/AX(I)
I8=IP(I)/AX(I)
I9=R2+C7+C8
I10=R2-C7+C8
I11=-C10
I12=C7+C5*C8
I13=C7-C5*C8
I14=C7+C5*C5*C8
I15=C7-C5*C5*C8
I17=C1*C7
I16=C17*C1
X(3,3)=R
X(3,4)=R*CF
X(3,5)=-R*SF
X(3,9)=-R*FI*CF
X(3,10)=-R*FI
X(3,11)=R*FI*SF
X(4,4)=1.
X(4,9)=-FI+C6*SF*CF

```



```

X(4,10)=SF
X(4,11)=-1.+C6*CF*CF
X(5,5)=-1.
X(5,9)=-1.+C6*SF*SF
X(5,10)=-CF
X(5,11)=FI+C6*SF*CF
X(9,3)=X(3,3)
X(9,4)=X(3,4)
X(9,5)=-X(3,5)
X(9,9)=-X(3,9)
X(9,10)=-X(3,10)
X(9,11)=X(3,11)
X(10,4)=X(4,4)
X(10,9)=-X(4,9)
X(10,10)=-X(4,10)
X(10,11)=X(4,11)
X(11,5)=X(5,5)
X(11,9)=X(5,9)
X(11,10)=X(5,10)
X(11,11)=-X(5,11)
X(1,1)=-R*(C*SF*CF-FI)
X(1,2)=-R*C*CF*CF
X(1,5)=-R
X(1,8)=-R*(FI*CF-SF)
X(1,12)=-R*CF
X(2,1)=-R*C*SF*SF
X(2,2)=R*(C*CF*SF+FI)
X(2,7)=-R
X(2,8)=-R*(FI*SF+CF)
X(2,12)=-R*SF
X(6,1)=C1*SF
X(6,2)=-C1*CF
X(6,8)=FI
X(6,12)=1.
X(7,1)=-X(1,1)
X(7,2)=X(1,2)
X(7,6)=X(1,6)
X(7,8)=-X(1,8)
X(7,12)=X(1,12)
X(8,1)=X(2,1)
X(8,2)=-X(2,2)
X(8,7)=X(2,7)
X(8,8)=X(2,8)
X(8,12)=-X(2,12)
X(12,1)=-X(6,1)
X(12,2)=X(6,2)
X(12,8)=-X(6,8)
X(12,12)=X(6,12)
CALL INVER(X,12)
H(3,3)=2.*R2*FI
H(4,3)=2.*R2*SF
H(3,4)=H(4,3)
H(4,4)=C9*FI+C10*SF*CF
H(5,5)=C9*FI+C11*SF*CF
H(9,5)=(1./4.)*(C10*S2F+2.*C11*FI*C2F+4.*C12*FI+4.*C13*SF*CF)
H(5,9)=H(9,5)
H(9,9)=1./12.*(4.*C9*FI**3+6.*C10*FI**2*S2F+12.*C14*FI+12.*C15*SF
1*CF+6.*(C10+2.*C13)*FI*C2F+3.*(C11-2.*C13)*S2F)
H(10,5)=2.*(R2*(SF-FI*CF)+C7*SF)
H(5,10)=H(10,5)
H(10,9)=2.*R2*(FI*FI*SF+2.*FI*CF-2.*SF)+2.*C7*FI*CF
H(9,10)=H(10,9)
H(10,10)=(2./3.)*R2*FI**3+2.*C7*FI
H(11,3)=2.*R2*(SF-FI*CF)
H(3,11)=H(11,3)
H(11,4)=(1./4.)*C10*S2F+(1./2.)*C11*FI*C2F-C12*FI+C13*SF*CF
H(4,11)=H(11,4)
H(11,11)=(1./12.)*(4.*C9*FI**3-6.*C10*FI**2*S2F+12.*C14*FI-12.*C15
1*SF*CF-6.*(C10+2.*C13)*FI*C2F-3.*(C11-2.*C13)*S2F)
H(1,1)=R2*((2./3.)*FI**3-C*(0.5*S2F-FI*C2F)+C*C*(FI-0.5*S2F))+C16*
*(FI-0.5*S2F)
H(1,7)=R2*(C*(FI-0.5*S2F))
H(7,1)=H(1,7)
H(1,8)=2.*R2*((2.*SF-FI*FI*SF-2.*FI*CF)+C1*(SF-FI*CF))+2.*C17*(SF-
*FI*CF)

```

```

H(8,1)=H(1,8)
H(2,2)=R2*((2./3.*FI**3)+C*(0.5*S2F-FI*C2F))+C*C*(FI+0.5*S2F))+C16*
*(FI+0.5*S2F)
H(2,5)=-R2*(C*(FI+0.5*S2F))
H(6,2)=H(2,6)
H(2,12)=2.*R2*(FI*CF-C1*SF)-2.*C17*SF
H(12,2)=H(2,12)
H(6,6)=2.*R2*FI
H(6,12)=2.*R2*SF
H(12,6)=H(6,12)
H(7,7)=2.*R2*FI
H(7,8)=2.*R2*(2.*SF-FI*CF)
H(8,7)=H(7,8)
H(8,8)=R2*(2./3.*FI**3+2.*FI)+(2./3.)*FI**3*C7
H(12,12)=2.*R2*FI+2.*C7*FI
DO 20 J=1,12
DO 20 K=1,12
DO 20 JK=1,12
20 A(J,K)=A(J,K)+H(J,JK)*X(JK,K)
DO 25 J=1,12
DO 25 K=1,12
DO 25 JK=1,12
25 BM(J,K)=BM(J,K)+X(JK,J)*A(JK,K)
XM=W(I)*RAID(I)
DO 30 J=1,12
DO 30 K=1,12
30 BM(J,K)=XM*BM(J,K)
RETURN
END
SUBROUTINE RIRER(I,L,LL1,LL2,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO)
REAL L(1),IP(1),LL1,LL2
DIMENSION SM(12,12),E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FFO(1)
DIMENSION FM(6,6)
DO 1 K=1,12
DO 1 J=1,12
1 SM(K,J)=0.0
F=FC(I)*(E(I)*IP(I)/2.)/(G(I)*AX(I))
AL=L(I)
A1=AL-LL1
A2=AL-LL2
A=AL-A1+A2
B=(AL**2-A1**2+A2**2)/2.
C=(AL**3-A1**3+A2**3)/3.
D=C-B**2./A+A**2
E=(E(I)*IP(I)/2.)/D
SM(1,1)=E(I)*AX(I)/A
SM(2,2)=EE
SM(3,3)=EE
SM(4,4)=G(I)*IP(I)/A
SM(5,5)=(AL**2+(C-2.*B*AL)/A+F)*EE
SM(6,6)=SM(5,5)
SM(7,7)=SM(1,1)
SM(8,8)=EE
SM(9,9)=EE
SM(10,10)=SM(4,4)
SM(11,11)=(C/A+F)*EE
SM(12,12)=SM(11,11)
SM(1,7)=-SM(7,7)
SM(2,6)=(AL-B/A)*EE
SM(2,8)=-EE
SM(2,12)=B/A*EE
SM(3,5)=-SM(2,6)
SM(3,9)=-EE
SM(3,11)=-SM(2,12)
SM(4,10)=-SM(10,10)
SM(5,9)=SM(2,6)
SM(5,11)=(B*AL-C)/A-F)*EE
SM(6,8)=SM(3,5)
SM(6,12)=SM(5,11)
SM(8,12)=SM(3,11)
SM(9,11)=SM(2,12)
SM(7,1)=SM(1,7)
SM(6,2)=SM(2,6)
SM(8,2)=SM(2,8)
SM(12,2)=SM(2,12)

```

```

SM(5,3)=SM(3,5)
SM(9,3)=SM(3,9)
SM(11,3)=SM(3,11)
SM(10,4)=SM(4,10)
SM(9,5)=SM(5,9)
SM(11,5)=SM(5,11)
SM(8,6)=SM(6,8)
SM(12,6)=SM(6,12)
SM(12,8)=SM(8,12)
SM(11,9)=SM(9,11)
WRITE(13,'I')SM
4 RETURN
END
SUBROUTINE RICUQ(I,SM,L,VP,FI,XM,YM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO)
REAL L(1),LI,IP(1),IPI,INI
DIMENSION SM(12,12),NP(1),E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FFO(1)
DIMENSION FM(6,6),Z1(13),Z2(13),Z3(13),Z4(13),Z5(13),Z6(13),Z7(13)
*,Z8(13),Z9(13),Z10(13),Z11(13),Z12(13),ZA1(13),ZA2(13),ZA3(13),ZA4
*(13),ZA5(13),ZA6(13),ZA7(13),ZA8(13),ZA9(13),ZA10(13),ZA11(13),ZA1
*(13),FI(13),XM(13),YM(13)
DO 1 J=1,12
DO 1 K=1,12
1 SM(J,K)=0.0
DO 2 J=1,6
DO 2 K=1,6
2 FM(J,K)=0.0
NPI=NP(I)
H=L(I)/(NPI-1)
READ(11,'I')(YM(K),K=1,NPI),(FI(K),K=1,NPI)
DO 3 K=1,NPI
J=K-1
3 XM(K)=J*H
EI=E(I)
GI=G(I)
AI=AX(I)
LI=L(I)
IPI=IP(I)
INI=IP(I)/2.
CI=FC(I)
FP=FFI(I)
FO=FFO(I)
DO 4 K=1,NPI
C=COS(FI(K))
S=SIN(FI(K))
X=XM(K)
Y=YM(K)
Z1(K)=C/(EI*AI)+FP*(Y**2/(EI*INI*C))+FCI*(S**2/(GI*AI*C))
Z2(K)=S/(EI*AI)+FP*((LI-X)*Y/(EI*INI*C))-FCI*S/(GI*AI)
Z3(K)=FP*(Y/(EI*INI*C))
Z4(K)=S**2/(EI*AI*C)+FP*((LI-X)**2/(EI*INI*C))+FCI*C/(GI*AI)
Z5(K)=FP*((LI-X)/(EI*INI*C))
Z6(K)=((LI-X)*S+Y*C)**2/(GI*IPI*C)+FO*((LI-X)*C+Y*S)**2/(EI*INI*C)
1+FCI/(GI*AI*C)
Z7(K)=((X-LI)*S-Y*C)/(GI*IPI)+FO*((LI-X)*C+Y*S)*S/(EI*INI*C)
Z8(K)=((X-LI)*S-Y*C)*S/(GI*IPI*C)+FO*((X-LI)*C+Y*S)/(EI*INI)
Z9(K)=C/(GI*IPI)+FO*(S**2/(EI*INI*C))
Z10(K)=S/(GI*IPI)-FO*(S/(EI*INI))
Z11(K)=S**2/(GI*IPI*C)+FO*C/(EI*INI)
Z12(K)=FP/(EI*INI*C)
4 CONTINUE
ALL QSF(H,Z1,ZA1,NPI)
ALL QSF(H,Z2,ZA2,NPI)
ALL QSF(H,Z3,ZA3,NPI)
ALL QSF(H,Z4,ZA4,NPI)
ALL QSF(H,Z5,ZA5,NPI)
ALL QSF(H,Z6,ZA6,NPI)
ALL QSF(H,Z7,ZA7,NPI)
ALL QSF(H,Z8,ZA8,NPI)
ALL QSF(H,Z9,ZA9,NPI)
ALL QSF(H,Z10,ZA10,NPI)
ALL QSF(H,Z11,ZA11,NPI)
ALL QSF(H,Z12,ZA12,NPI)
FM(1,1)=ZA1(NPI)
FM(1,2)=ZA2(NPI)
FM(1,6)=ZA3(NPI)

```

```

FM(2,2)=ZA4(NPI)
FM(2,6)=ZA5(NPI)
FM(3,3)=ZA6(NPI)
FM(3,4)=ZA7(NPI)
FM(3,5)=ZA8(NPI)
FM(4,4)=ZA9(NPI)
FM(4,5)=ZA10(NPI)
FM(5,5)=ZA11(NPI)
FM(6,6)=ZA12(NPI)
FM(2,1)=FM(1,2)
FM(6,1)=FM(1,6)
FM(6,2)=FM(2,6)
FM(4,3)=FM(3,4)
FM(5,3)=FM(3,5)
FM(5,4)=FM(4,5)
CALL INVER(FM,6)
DO 5 J=7,12
JT=J-6
DO 5 K=7,J
<T=<-6
5 SM(J,K)=FM(JT,<T)
SM(1,1)=SM(7,7)
SM(2,1)=SM(8,7)
SM(2,2)=SM(8,8)
SM(3,3)=SM(9,9)
SM(4,3)=SM(10,9)
SM(4,4)=SM(10,10)
SM(5,3)=SM(11,9)-SM(9,9)*L(I)
SM(5,4)=SM(11,10)-SM(10,9)*L(I)
SM(5,5)=SM(11,11)-2.*SM(11,9)*L(I)+SM(9,9)*L(I)**2
SM(6,1)=SM(8,7)*L(I)+SM(12,7)
SM(6,2)=SM(12,8)+SM(8,8)*L(I)
SM(6,6)=SM(12,12)+SM(8,8)*L(I)**2+2.*SM(12,8)*L(I)
SM(7,1)=-SM(7,7)
SM(7,2)=-SM(9,7)
SM(7,6)=-SM(8,7)*L(I)+SM(12,7)
SM(8,1)=-SM(8,7)
SM(8,2)=-SM(8,8)
SM(8,6)=-SM(8,8)*L(I)+SM(12,8)
SM(9,3)=-SM(9,9)
SM(9,4)=-SM(10,9)
SM(9,5)=-SM(11,9)+SM(9,9)*L(I)
SM(10,3)=-SM(10,9)
SM(10,4)=-SM(10,10)
SM(10,5)=-SM(11,10)+SM(10,9)*L(I)
SM(11,3)=-SM(11,9)
SM(11,4)=-SM(11,10)
SM(11,5)=-SM(11,11)+SM(11,9)*L(I)
SM(12,1)=-SM(12,7)
SM(12,2)=-SM(12,8)
SM(12,6)=-SM(12,8)*L(I)+SM(12,12)
DO 6 J=1,12
DO 6 K=1,J
6 SM(J,K)=SM(J,K)
WRITE(13,I)SM
RETURN
END
SUBROUTINE TECZU(S,MAXA,AC,REC,NJR,IB,ND,LF,NJ,B,IMCO)
DIMENSION S(1),MAXA(1),IB(1),AC(1),REC(NJ,6)
DIMENSION B(1)
DO 100 I=1,NJR
L1=7*I-6
L2=L1+1
L7=L1+6
<=0
DO 100 J=L2,L7
<=K+1
IF(IB(J))100,100,10
10 <I=IB(L1)
<R=6*<I-(6-K)
<S=MAXA(<R)
<D=MAXA(<R+1)-MAXA(<R)-1
IF(<)30,30,20
20 DO 25 L=1,<D
<V=<R-L

```

```

      (SS=KS+L
      AC(KV)=AC(KV)-S(KSS)*REC(KI,K)
      IF(IMCD.GT.0) B(KSS)=0.0
25  S(KSS)=0.0
30  KDM=L-1
      DO 60 L=1,KDM
      V=K+L
      IF(NJ-KV)70,40,40
40  (SS=MAXA(KV)+L
      KD=MAXA(KV+1)
      IF(KSS-KD)50,60,60
50  AC(KV)=AC(KV)-S(KSS)*REC(KI,K)
      IF(IMCD.GT.0) B(KSS)=0.0
      S(KSS)=0.0
60  CONTINUE
70  AC(KR)=REC(KI,K)
      IF(IMCD.GT.0) B(KS)=0.0
      S(KS)=1.0
100 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE RIGID(S,JJ,JK,ITM,L,NP,RAIO,FIJ,ICLB,LB,IFOR,JIN,MAXA,A
      *ML,AMS,AC,IB,SM,SMR,R,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,M,NJ,NA,B,BM,H,X,W)
      INTEGER ROW,COL
      REAL L(1),IP(1),LL1,LL2
      DIMENSION S(1),JJ(1),JK(1),ITM(1),NP(1),RAIO(1),FIJ(1),ICLB(1),IFO
      *R(1),JIN(1),MAXA(1),AC(1),IB(1),E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FFO(1
      *) ,SM(12,12),SMR(12,12),AML(NA,7),AMS(NJ,6),LB(M,12),R(M,9)
      DIMENSION IL(12),RI(9),XM(13),YM(13),FI(13)
      DIMENSION B(1),BM(12,12),H(12,12),X(12,12),W(1)
      COMMON/INF1/NE,NGM,ITICC,IVL,NJR,NAE,MR,MCC,MCQ,MLB,NJRI,MRTR,NPM,
      *NTP,F,ND
      COMMON/MASS/IMCD,NPMM,NPAMM
      DO 405 I=1,NTP
405  S(I)=0.0
      IF(IMCD.LE.0)GO TO 2020
      DO 2030 I=1,NIP
2030  B(I)=0.0
      C
2020 CONTINUE
      DO 499 I=1,M
      DO 408 J=1,12
      IF(J-6)406,406,407
406  JC=6*JJ(I)-(6-J)
      GO TO 408
407  JC=6*JK(I)-(12-J)
408  IL(J)=JC
      IF(ITM(J))409,410,411
409  CONTINUE
      READ(14,I)LL1,LL2,WP
      CALL RIRER(I,L,LL1,LL2,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO)
      GO TO 414
410  CALL RIRET(I,L,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,BM,IMCD,W)
      GO TO 414
411  IF(IFOR(I))412,413,412
412  CALL RICUC(I,SM,L,NP,FI,XM,YM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO)
      GO TO 414
413  CALL RICUC(I,L,RAIO,FIJ,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,BM,H,X,SMR,IMCD,W)
414  JJI=JJ(I)
      JKI=JK(I)
      IF(MLB)440,440,900
900  CONTINUE
      IF(ICLB(I))420,440,420
420  DO 423 IC=1,12
      IF(LB(I,IC))423,423,421
421  DO 423 K=1,12
      DO 423 J=1,12
      SMR(K,J)=SM(K,J)-SM(K,IC)*SM(IC,J)/SM(IC,IC)
423  CONTINUE
      DO 425 K=1,12
      DO 425 J=1,12
425  SM(K,J)=SMR(K,J)
440  DO 441 K=1,4
      I1=3*K-2
      I2=3*K-1

```

```

I3=3*K
DO 441 J=1,12
SMR(J,I1)=SMR(J,I1)*R(I,1)+SMR(J,I2)*R(I,4)+SMR(J,I3)*R(I,7)
SMR(J,I2)=SMR(J,I1)*R(I,2)+SMR(J,I2)*R(I,5)+SMR(J,I3)*R(I,8)
441 SMR(J,I3)=SMR(J,I1)*R(I,3)+SMR(J,I2)*R(I,6)+SMR(J,I3)*R(I,9)
IF(NJRI)442,459,442
442 DO 456 IC=1,2
IF(IC-1)445,445,443
443 IF(JIN(JKI))444,456,444
444 L1=3
L2=4
JI=JKI
GO TO 447
445 IF(JIN(JJI))445,456,445
446 L1=1
L2=2
JI=JJI
447 REA(16,JI)(RI(I4),I4=1,9)
DO 448 K=L1,L2
I1=3*K-2
I2=3*K-1
I3=3*K
DO 448 J=1,12
SMR(J,I1)=SMR(J,I1)*RI(1)+SMR(J,I2)*RI(2)+SMR(J,I3)*RI(3)
SMR(J,I2)=SMR(J,I1)*RI(4)+SMR(J,I2)*RI(5)+SMR(J,I3)*RI(6)
448 SMR(J,I3)=SMR(J,I1)*RI(7)+SMR(J,I2)*RI(8)+SMR(J,I3)*RI(9)
IF(IC-1)449,449,450
449 L1=1
L2=6
GO TO 451
-----
450 L1=7
L2=12
451 DO 452 J=1,12
DO 452 K=L1,L2
452 SMR(J,K)=SMR(J,K)
456 CONTINUE
459 WRITE(12,I)SMR
460 DO 461 J=1,4
I1=3*J-2
I2=3*J-1
I3=3*J
DO 461 K=1,12
SM(I1,K)=R(I,1)*SMR(I1,K)+R(I,4)*SMR(I2,K)+R(I,7)*SMR(I3,K)
SM(I2,K)=R(I,2)*SMR(I1,K)+R(I,5)*SMR(I2,K)+R(I,8)*SMR(I3,K)
461 SM(I3,K)=R(I,3)*SMR(I1,K)+R(I,6)*SMR(I2,K)+R(I,9)*SMR(I3,K)
IF(NJRI)463,477,463
463 DO 475 IC=1,2
IF(IC-1)466,466,464
464 IF(JIN(JKI))475,475,465
465 L1=3
L2=4
JI=JKI
GO TO 468
466 IF(JIN(JJI))475,475,467
467 L1=1
L2=2
JI=JJI
468 REA(16,JI)(RI(I4),I4=1,9)
DO 469 J=L1,L2
I1=3*J-2
I2=3*J-1
I3=3*J
DO 469 K=1,12
SMR(I1,K)=RI(1)*SM(I1,K)+RI(2)*SM(I2,K)+RI(3)*SM(I3,K)
SMR(I2,K)=RI(4)*SM(I1,K)+RI(5)*SM(I2,K)+RI(6)*SM(I3,K)
469 SMR(I3,K)=RI(7)*SM(I1,K)+RI(8)*SM(I2,K)+RI(9)*SM(I3,K)
IF(IC-1)470,470,471
470 L1=1
L2=6
GO TO 472
471 L1=7
L2=12
472 DO 473 K=1,12
DO 473 J=L1,L2
473 SM(J,K)=SMR(J,K)

```

```

475 CONTINUE
477 CONTINUE
    IF (IMCD.LE.0) GO TO 2015
    DO 2000 K=1,4
    I1=3*K-2
    I2=3*K-1
    I3=3*K
    DO 2000 J=1,12
    SMR(J,I1)=BM(J,I1)*R(I,1)+BM(J,I2)*R(I,4)+BM(J,I3)*R(I,7)
    SMR(J,I2)=BM(J,I1)*R(I,2)+BM(J,I2)*R(I,5)+BM(J,I3)*R(I,8)
2000 SMR(J,I3)=BM(J,I1)*R(I,3)+BM(J,I2)*R(I,6)+BM(J,I3)*R(I,9)
    DO 2010 J=1,4
    I1=3*J-2
    I2=3*J-1
    I3=3*J
    DO 2010 K=1,12
    3M(I1,K)=R(I,1)*SMR(I1,K)+R(I,4)*SMR(I2,K)+R(I,7)*SMR(I3,K)
    3M(I2,K)=R(I,2)*SMR(I1,K)+R(I,5)*SMR(I2,K)+R(I,8)*SMR(I3,K)
2010 3M(I3,K)=R(I,3)*SMR(I1,K)+R(I,6)*SMR(I2,K)+R(I,9)*SMR(I3,K)
    IF (NJRI) 2442,2015,2442
2442 DO 2456 IC=1,2
    IF (IC-1) 2445,2445,2443
2443 IF (JIN(JKI)) 2444,2456,2444
2444 L1=3
    L2=4
    JI=JKI
    GO TO 2447
2445 IF (JIN(JJI)) 2446,2456,2446
2446 L1=1
    L2=2
    JI=JJJ
2447 READ(16,JI)(RI(I4),I4=1,9)
    DO 2448 K=L1,L2
    I1=3*K-2
    I2=3*K-1
    I3=3*K
    DO 2448 J=1,12
    SMR(J,I1)=BM(J,I1)*RI(1)+BM(J,I2)*RI(2)+BM(J,I3)*RI(3)
    SMR(J,I2)=BM(J,I1)*RI(4)+BM(J,I2)*RI(5)+BM(J,I3)*RI(6)
2448 SMR(J,I3)=BM(J,I1)*RI(7)+BM(J,I2)*RI(8)+BM(J,I3)*RI(9)
    IF (IC-1) 2449,2449,2450
2449 L1=1
    L2=6
    GO TO 2451
2450 L1=7
    L2=12
2451 DO 2452 J=1,12
    DO 2452 K=L1,L2
2452 3M(J,K)=SMR(J,K)
2456 CONTINUE
    DO 2475 IC=1,2
    IF (IC-1) 2466,2466,2464
2464 IF (JIN(JKI)) 2475,2475,2465
2465 L1=3
    L2=4
    JI=JKI
    GO TO 2458
2466 IF (JIN(JJI)) 2475,2475,2457
2467 L1=1
    L2=2
    JI=JJJ
2468 READ(16,JI)(RI(I4),I4=1,9)
    DO 2469 J=L1,L2
    I1=3*J-2
    I2=3*J-1
    I3=3*J
    DO 2469 K=1,12
    SMR(I1,K)=RI(1)*BM(I1,K)+RI(2)*BM(I2,K)+RI(3)*BM(I3,K)
    SMR(I2,K)=RI(4)*BM(I1,K)+RI(5)*BM(I2,K)+RI(6)*BM(I3,K)
2469 SMR(I3,K)=RI(7)*BM(I1,K)+RI(8)*BM(I2,K)+RI(9)*BM(I3,K)
    IF (IC-1) 2470,2470,2471
2470 L1=1
    L2=6
    GO TO 2472
2471 L1=7

```

```

L2=12
2472 DO 2473 K=1,12
      DO 2473 J=L1,L2
2473 3M(J,K)=SMR(J,K)
2475 CONTINUE
2015 CONTINUE

```

MONTAGEM DE S EM FORMA UNIDIMENSIONAL, POR COLUNAS DE TAM.VAR.

```

DO 480 K=1,12
ROW=IL(K)
COL=MAXA(ROW)
KS=COL
DO 480 J=1,K
KV=K-J+1
KS=COL+(IL(K)-IL(KV))
480 S(KS)=S(KS)+SM(KV,K)
IF(IMCD.LE.0)GO TO 499
DO 2050 K=1,12
ROW=IL(K)
COL=MAXA(ROW)
KS=COL
DO 2050 J=1,K
KV=K-J+1
KS=COL+(IL(K)-IL(KV))
2050 3(KS)=B(KS)+BM(KV,K)

```

499 CONTINUE

INTRODUCAO DOS APOIOS ELASTICOS EM S

```

IF(NAE)600,600,500
500 DO 502 IC=1,NAE
      J=AML(IC,7)
      DO 502 I=1,6
        J1=6+J-(6-I)
        KS=MAXA(J1)
502 S(KS)=S(KS)+AML(IC,I)

```

INTRODUCAO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO EM S.(E EM AC SE ITICC=1,2)

```

600 DO 550 I=1,NJ
      DO 550 J=1,6
550 AMS(I,J)=0.0
      LEITURA DOS MOVIMENTOS DE APOIOS SE ITICC=2
      IF(ITICC-1)700,650,601
601 WRITE(5,1200)
      READ(8,1202)NJR,N1
      DO 604 I=1,NJR,N1
        READ(8,1106)J,(AMS(J,K),K=1,6)
604 WRITE(5,1107)J,(AMS(J,K),K=1,6)
650 CONTINUE
      DO 640 I=1,ND
640 AC(I)=0.0
      UTILIZACAO DA TECNICA DOS ZEROS E UM SE ITICC FOR MAIOR QUE ZERO
      CALL TECZU(S,MAXA,AC,A1S,NJR,I3,ND,LF,NJ,B,IMCD)
      UTILIZACAO DA TECNICA DO NUMERO GRANDE SE ITICC=0.(MODIFICA S)
      IF(ITICC)700,700,720
700 DO 710 I=1,NJR
      L1=7+I-6
      L2=L1+1
      L7=L1+6
      KS=0
      DO 710 J=L2,L7
        KV=K+1
        IF(IB(J))710,710,705
705 ROW=6+IB(L1)-(6-K)
        KS=MAXA(ROW)
        S(KS)=10.0E+18
710 CONTINUE
720 CONTINUE
      RETURN

```

1200 FORMAT(///,3X,'RECALQUES DE APOIO PARA O PRIMEIRO CARREGAMENTO',/,  
 \*3X,' J TRANSX TRANSY TRANSZ ROTACX ROTACY ROTACZ  
 \*,/,)



```

1202 FORMAT(I5)
1106 FORMAT(I5,6F10.0)
1107 FORMAT(I5,6F10.6)
      N)
      SUBROUTINE DECOCC(A,MAXA,NN)
      DIMENSION A(1),MAXA(1)
      DO 140 N=1,NN
      <N=MAXA(N)
      <L=KN+1
      <U=MAXA(N+1)-1
      <H=KU-KL
      IF(KH)110,60,50
60 <N=N-1
      <I=MAXA(K)
      A(KL)=A(KL)*A(<I)
      GO TO 110
50 <N=N-KH-1
      IC=0
      <LT=KU
      <I=MAXA(K)
      A(KLT)=A(KLT)*A(KI)
      B=A(KLT)*A(KLT)
      <K=K+1
      DO 80 J=1,KH
      IC=IC+1
      <LT=KLT-1
      <I=MAXA(K)
      ND=MAXA(K+1)-KI-1
      IF(ND)75,75,61
61 <K=MIN0(IC,ND)
      C=0.
      DO 70 L=1,KK
      C=C+A(KI+L)*A(<LT+L)
      A(KLT)=A(KLT)-C
75 A(KLT)=A(KLT)*A(KI)
      B=B+A(KLT)*A(KLT)
80 <K=K+1
      A(KN)=A(KN)-B
110 IF(A(KN))120,120,125
120 WRITE(5,2000)N,A(KN)
      STOP
125 IF(A(KN)-0.1)126,130,130
126 WRITE(5,2001)A(KN)
130 A(KN)=1./SQRT(A(KN))
140 CONTINUE
      RETURN
2000 FORMAT(/,5X,'SUBROUTINA NAO ADEQUADA PARA A RESOLUCAO DO SISTEMA.
      *ARE = N=',I5,'. A(KN)= ',F10.4)
2001 FORMAT(/,5X,' A(KN)= ',F8.5,'*** O PEQUENO VALOR DESTA VARIÁVEL P
      *DE TER INTRODUZIDO ERRO NA RESOLUCAO DO SISTEMA***')
      END
      SUBROUTINE ESFPR(E,G,AX,IP,L,PR,RAIO,FIJ,SM,AML,ITM,M)
      REAL L(1),IP(1)
      DIMENSION E(1),G(1),AX(1),PR(1),RAIO(1),FIJ(1),SM(12,12),AML(M,12)
      *,ITM(1)
C*****INICIALIZACAO
      PI=4.*ATAN(1.0)
C*****CALCULO DOS AML DEVIDOS A PRESSAO INTERNA
      DO 100 II=1,M
      I=II
      POIS=(E(I)/(2.*G(I)))-1.
      DE=SQRT(4.*IP(I)/AX(I)+2.*AX(I)/PI)
      AUX=DE**2-4.*AX(I)/PI
      I=SQRT(AUX)
      TH=(DE-DI)/2.
      RM=(I-TH)/2.
      SIG=(PR(I)*RM)/(2.*TH)
      IF(ITM(I).GT.0)GO TO 10
      MEMBROS RETOS
      AUX=AX(I)*SIG*(1.-2.*PI*IS)
      AML(I,7)=AML(I,7)-AUX

```

```

AML(I,1)=AML(I,1)+AUX
GO TO 100

```

# MEMBROS CURVOS

```

10 CONTINUE
R=RAIO(I)
FI=2.*FIJ(I)
SIG=SIG/E(I)
SF2=SIN(FIJ(I))
CF2=COS(FIJ(I))
DP7=R*SIG*(FI*CF2-(FI*CF2+2.*S^2)*POIS)
DP8=-R*SIG*(1.-POIS)*FI*SF2
DP12=-SIG*FI*(1.-POIS)
READ(13,I)SM
AUX1=-(SM(7,7)*DP7+SM(7,8)*DP8+SM(7,12)*DP12)
AUX2=-(SM(8,7)*DP7+SM(8,8)*DP8+SM(8,12)*DP12)
AUX3=-(SM(12,7)*DP7+SM(12,8)*DP8+SM(12,12)*DP12)
AML(I,7)=AML(I,7)+AUX1
AML(I,8)=AML(I,8)+AUX2
AML(I,12)=AML(I,12)+AUX3
AML(I,1)=AML(I,1)-AUX1
AML(I,2)=AML(I,2)+AUX2
AML(I,6)=AML(I,6)-AUX3
100 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE TEMPE(MTEMP,ITM,L,FIJ,AML,SM,RAIO,M,E,G,AX,IP,FC,FFI,FF
*) ,SMR)
REAL L(1),IP(1)
) DIMENSION ITM(1),FIJ(1),SM(12,12),AML(M,12),RAIO(1)
) DIMENSION E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FFO(1)
) DIMENSION T(4),DL(6),AJX(6)
) DIMENSION SMR(12,12)
WRITE(5,100)
) DO 20 IT=1,MTEMP
) DO 10 J=1,6
10 AUX(J)=0.0
READ(8,101)I,CDT,(T(K),K=1,4)
WRITE(5,102)I,(T(K),K=1,4),CDT
IF(ITM(I))1,1,2
1 S=L(I)
GO TO 3
2 S=RAIO(I)*FIJ(I)*2.
3 DL(1)=CDT*(T(1)+T(2)*S/2.)*L(I)
DL(2)=-CDT*T(3)*S*L(I)/2.
DL(3)=-CDT*T(4)*L(I)*S/2.
DL(4)=0.0
DL(5)=CDT*T(4)*L(I)
DL(6)=-CDT*T(3)*S
IF(ITM(I))6,4,5
4 CALL RIRET(I,L,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,SMR,0,E)
GO TO 7
5 SC=S*COS(FIJ(I))-L(I)
DL(1)=DL(1)+CDT*T(3)*RAIO(I)*SC
DL(2)=DL(2)+CDT*T(2)*SC
6 READ(13,I)SM
7 ) DO 9 J=7,12
) DO 8 K=7,12
8 AUX(J-6)=AUX(J-6)-SM(J,K)*DL(K-6)
9 AML(I,J)=AML(I,J)+AUX(J-5)
AML(I,1)=AML(I,1)-AUX(1)
AML(I,2)=AML(I,2)-AUX(2)
AML(I,3)=AML(I,3)-AUX(3)
AML(I,4)=AML(I,4)-AUX(4)
AML(I,5)=AML(I,5)-(AUX(5)-AUX(3)*L(I))
AML(I,6)=AML(I,6)-(AUX(5)+AUX(2)*L(I))
20 CONTINUE
100 FORMAT(//,3X,' TEMPERATURA NOS MEMBROS',//,3X,'CAMPO ASSUMIDO LINE
1AR:T(S,Y,Z)=T0+T1*S+T2*Y+T3*Z',//,3X,'CAMPO AO LONGO DO ELEMENTO:'
2,//,3X,'ELEMENTO',5X,'T0',10X,'T1',10X,'T2',10X,'T3',12X,'CDT',//)
101 FORMAT(I5,E10.3,4F10.0)
102 FORMAT(I6,3X,4F10.3,E10.3)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PPMR(M,ITM,L,AML,W,R,ITIPO,MRC)
REAL L(1)
DIMENSION ITM(1),AML(M,12),W(1)
DIMENSION R(M,9)
IF(ITIPO.EQ.0)GO TO 100
WRITE(8,1000)
DO 200 III=1,MRC
READ(5,1001)I,WX,WY,WZ
WRITE(8,1002)I,WX,WY,WZ
WX=-WX
WY=-WY
WZ=WZ
GO TO 201
100 CONTINUE
DO 2 I=1,M
IF(ITM(I))1,1,2
1 WX=R(I,2)*W(I)
WY=R(I,5)*W(I)
WZ=R(I,8)*W(I)
201 CONTINUE
AUX1=WX*L(I)/2.
AUX2=WY*L(I)/2.
AUX3=WY*L(I)**2/12.
AUX4=WZ*L(I)/2.
AUX5=WZ*L(I)**2/12.
AML(I,1)=AML(I,1)+AUX1
AML(I,2)=AML(I,2)+AUX2
AML(I,3)=AML(I,3)-AUX4
AML(I,5)=AML(I,5)+AUX5
AML(I,6)=AML(I,6)+AUX3
AML(I,7)=AML(I,7)+AUX1
AML(I,8)=AML(I,8)+AUX2
AML(I,9)=AML(I,9)-AUX4
AML(I,11)=AML(I,11)-AUX5
AML(I,12)=AML(I,12)-AUX3
IF(ITIPO.GT.0)GO TO 199
2 CONTINUE
RETURN
199 CONTINUE
200 CONTINUE
RETURN
1000 FORMAT(/3X,'EL   DIRECAO X   DIRECAO Y   DIRECAO Z',/)
1001 FORMAT(I5,3E10.0)
1002 FORMAT(I5,3F12.5)
END
SUBROUTINE PPMC(M,ITM,AA,R,IFOR,FIJ,RAIO,SM,AML,L,E,G,AX,IP,FC,FFI,
* FFO,W,ITIPO,MCCC)
REAL IP(1),L(1)
INTEGER AA(1)
DIMENSION ITM(1),R(M,9),IFOR(1),FIJ(1),SM(12,12),AML(M,12),RAIO(1)
* ,E(1),G(1),AX(1),FC(1),FFI(1),FFO(1),W(1)
DIMENSION OL(6),AUX(12)
IF(ITIPO.EQ.0)GO TO 100
WRITE(8,1000)
DO 200 III=1,MCCC
READ(5,1001)I,WX,WY,WZ
WRITE(8,1002)I,WX,WY,WZ
WX=-WX
WY=-WY
WZ=WZ
GO TO 201
100 CONTINUE
DO 20 I=1,M
IF(ITM(I))20,20,1
1 IF(IFOR(I))2,2,20
2 WX=R(I,2)*W(I)
WY=R(I,5)*W(I)
WZ=R(I,8)*W(I)
201 CONTINUE
DO 8 K=1,6
8 OL(K)=0.0
FI=2.*FIJ(I)
FI2=FIJ(I)
C=COS(FI)
C2=COS(FI2)

```

```

S=SIN(FI)
S2=SIN(FI2)
T=RAIO(I)
FP=FFI(I)
FO=FFO(I)
EI=(I)*IP(I)/2.
EA=E(I)*AX(I)
GA=FC(I)/(G(I)*AX(I))
GI=G(I)*IP(I)
READ(13,I)SM
IF(WX)9,10,9
9 DL(1)=FP*WX*T**4/(4.*EI)*(8.*S2**2-FI**2-FI*S)-T**2*WX/(4.*EA)*(FI
1 **2+FI*S)-T**2*WX*GA/(4.)*(FI**2-FI*S)
DL(2)=FP*WX*T**4/(4.*EI)*(2.*FI+FI*C-3.*S)+((WX*T**2/(EA*4.))-(WX*
*T**2*GA/(4.)))*(FI*C-S)
10 IF(WY)11,12,11
11 DL(1)=DL(1)+WY*T**4*FP/(4.*EI)*(9.*S-3.*FI*C-6.*FI)+(T**2*WY/(4.*E
1 A)-T**2*WY*GA/(4.))*(FI*C-S)
DL(2)=DL(2)+WY*T**4*FP/(4.*EI)*(5.*FI*S-16.*S2**2-FI**2)+T**2*WY/(
24.*EA)*(FI*S-FI**2)-T**2*WY*GA/(4.)*(FI**2+FI*S)
DL(6)=FP*T**3*WY/(4.*EI)*(8.*FI*C2-16.*S2)
12 IF(WZ)13,14,13
13 DL(3)=WZ*T**4/(2.*GI)*(FI**2+S**2-2.*FI*S)+FO*WZ*T**4/(2.*EI)*(2.-
12.*C-S**2)+WZ*T**2*FI**2*GA/(2.)
DL(4)=(0.5*WZ*T**3/GI-0.5*WZ*T**3*FO/EI)*(S2*(S-FI))
DL(5)=WZ*T**3/(2.*GI)*(2.*FI*C2+C2*(FI-S)-4.*S2)+FO*WZ*T**3/(2.*EI
1)*(C2*(FI+S)-4.*S2)
14 AUX(7)=-(SM(7,7)*DL(1)+SM(7,8)*DL(2)+SM(7,12)*DL(6))
AUX(8)=-(SM(8,7)*DL(1)+SM(8,8)*DL(2)+SM(8,12)*DL(6))
AUX(12)=-(SM(12,7)*DL(1)+SM(12,8)*DL(2)+SM(12,12)*DL(6))
AUX(9)=-(SM(9,9)*DL(3)+SM(9,10)*DL(4)+SM(9,11)*DL(5))
AUX(10)=-(SM(10,9)*DL(3)+SM(10,10)*DL(4)+SM(10,11)*DL(5))
AUX(11)=-(SM(11,9)*DL(3)+SM(11,10)*DL(4)+SM(11,11)*DL(5))
XG=L(I)/2.
YG=T/FI*(2.*S2-FI*C2)
QX=WX*T*FI
QY=WY*T*FI
QZ=WZ*T*FI
AUX(1)=-(AUX(7)-QX)
AUX(2)=-(AUX(8)-QY)
AUX(3)=-(AUX(9)+QZ)
AUX(4)=-(AUX(10)+QZ*YG)
AUX(5)=-(AUX(11)-QZ*XG-AUX(9)*L(I))
AUX(6)=-(AUX(8)*L(I)+QX*YG-QY*XG+AUX(12))
DO 15 J=1,12
15 AML(I,J)=AML(I,J)+AUX(J)
IF(ITIPO.GT.0)GO TO 199
20 CONTINUE
RETURN
199 CONTINUE
200 CONTINUE
RETURN
1000 FORMAT(/,3X,'E',DIRECAO X,DIRECAO Y,DIRECAO Z',/)
1001 FORMAT(I5,3E10.0)
1002 FORMAT(I5,3F12.5)
END
SUBROUTINE PPMRTR(M,IT4,L,AML,I,R,ITIPO,MC,IP,E,AX,FC,SM)
REAL L(1),IP(1)
DIMENSION AML(M,12),IT4(1),W(1),E(1),AX(1),FC(1),SM(12,12)
DIMENSION R(M,9)
DIMENSION DL(6),AUX(12)
IF(ITIPO.EQ.0)GO TO 100
WRITE(8,1000)
DO 200 III=1,MC
READ(5,1001)I,WTX,WIY,WTZ,WPX,WPY,WPZ
WRITE(8,1002)I,WTX,WTY,WTZ,WPX,WPY,WPZ
WTX=-WTX
WTY=-WTY
WTZ=-WTZ
WPX=-WPX
WPY=-WPY
WPZ=-WPZ
GO TO 201
100 CONTINUE
DO 2 I=1,M

```

```

      IF(ITM(I))1,2,2
1  CONTINUE
      REA(14,I)XL1,XL2,WP
      WTX=R(I,2)*W(I)
      WTY=R(I,5)*W(I)
      WTZ=R(I,8)*W(I)
      WPX=R(I,2)*WP
      WPY=R(I,5)*WP
      WPZ=R(I,8)*WP
201 CONTINUE
      DO 8 K=1,6
8  DL(K)=0.0
      XL=L(I)
      EI=E(I)
      AI=AX(I)
      XIN=IP(I)/2.
      F=FC(I)
      REA(13,I)SM
      A=(XL-(XL-XL1)+(XL-XL2))/1.
      B=(XL**2-(XL-XL1)**2+(XL-XL2)**2)/2.
      C=(XL**3-(XL-XL1)**3+(XL-XL2)**3)/3.
      D=(XL**4-(XL-XL1)**4+(XL-XL2)**4)/4.
11  IF(WTX)11,12,11
      DL(1)=- (WTX*B)/(EI*AI)
12  IF(WTY)13,14,13
13  DL(2)=- WTY*(B*F)/(EI*AI)+D/(2.*EI*XIN)
      DL(6)=- WTY*(C/(2.*EI*XIN))
14  IF(WTZ)15,16,15
15  DL(3)=WTZ*(B*F)/(EI*AI)+D/(2.*EI*XIN)
      DL(5)=- WTZ*(C/(2.*EI*XIN))
16  AUX(7)=- (SM(7,7)*DL(1))
      AUX(8)=- (SM(8,8)*DL(2)+SM(8,12)*DL(6))
      AUX(9)=- (SM(9,9)*DL(3)+SM(9,11)*DL(5))
      AUX(10)=0.0
      AUX(11)=- (SM(11,11)*DL(5)+SM(11,9)*DL(3))
      AUX(12)=- (SM(12,12)*DL(5)+SM(12,8)*DL(2))
      XG=XL/2.
      QX=WTX*XL
      QY=WTY*XL
      QZ=WTZ*XL
      AUX(1)=- (AUX(7)-QX)
      AUX(2)=- (AUX(8)-QY)
      AUX(3)=- (AUX(9)+QZ)
      AUX(4)=0.0
      AUX(5)=- (AUX(11)-QZ*XG-AUX(9)*XL)
      AUX(6)=- (AUX(12)-QY*XG+AUX(8)*XL)
      DO 20 J=1,12
20  AML(I,J)=AML(I,J)+AUX(J)
      DO 21 K=1,6
21  DL(K)=0.0
      A=XL2-XL1
      B=A*XL1
      C=B*XL2
      D=A*(XL*XL1*XL2-XL2*XL1*XL1*0.5+(1./6.)*XL1**3)
      IF(WPX)30,31,30
30  DL(1)=- WPX*A/(EI*AI)
31  IF(WPY)32,33,32
32  DL(2)=- WPY*(B*F)/(EI*AI)+D/(2.*EI*XIN)
      DL(6)=- WPY*(C/(2.*EI*XIN))
33  IF(WPZ)34,35,34
34  DL(3)=WPZ*(B*F)/(EI*AI)+D/(2.*EI*XIN)
      DL(5)=- WPZ*(C/(2.*EI*XIN))
35  AUX(7)=- (SM(7,7)*DL(1))
      AUX(8)=- (SM(8,8)*DL(2)+SM(8,12)*DL(6))
      AUX(9)=- (SM(9,9)*DL(3)+SM(9,11)*DL(5))
      AUX(10)=0.0
      AUX(11)=- (SM(11,11)*DL(5)+SM(11,9)*DL(3))
      AUX(12)=- (SM(12,12)*DL(5)+SM(12,8)*DL(2))
      XG=0.5*(XL1+XL2)
      QX=WPX*A
      QY=WPY*A
      QZ=WPZ*A
      AUX(1)=- (AUX(7)-QX)
      AUX(2)=- (AUX(8)-QY)
      AUX(3)=- (AUX(9)+QZ)

```

```

AUX(4)=0.0
AUX(5)=- (AUX(11)-QZ*YG-AUX(9)*XL)
AUX(6)=- (AUX(12)-QY*YG+AUX(8)*XL)
DO 40 K=1,12
40 AML(I,K)=AML(I,K)+AUX(5)
IF (ITIPO.GT.0) GO TO 199
2 CONTINUE
RETURN
199 CONTINUE
200 CONTINUE
RETURN
1000 FORMAT(//3X,'E' DIRECAO X DIRECAO Y DIRECAO Z DIRX(TR) D
*IRY(TR) DIRZ(TR)',/)
1001 FORMAT(I5,6E10.0)
1002 FORMAT(I5,6F12.5)
END
SUBROUTINE RESOC(A,MAXA,N,N)
DIMENSION A(1),MAXA(1),V(K)
C***** REDUCAO DO VETOR DE CARGAS
DO 180 N=1,N
K=N=MAXA(N)
L=K+1
U=MAXA(N+1)-1
IF (KU-KL) 175,150,160
160 K=N
K=0
DO 170 KK=KL,KU
K=K-1
170 C=C+A(KK)*V(K)
V(N)=V(N)-C
175 V(N)=A(KN)*V(N)
180 CONTINUE
C***** RETROSUBSTITUICAO
DO 200 N=1,N
K=MAXA(N)
V(N)=A(K)*V(N)
IF (NN.EQ.1) RETURN
V=NN
DO 230 L=2,N
L=MAXA(N)+1
U=MAXA(N+1)-1
IF (KU-KL) 230,210,210
210 K=N
DO 220 KK=KL,KU
K=K-1
K=N=MAXA(K)
220 V(K)=V(K)-A(KN)*A(KK)*V(V)
230 N=N-1
RETURN
END
SUBROUTINE DESLOC(S,MAXA,D,ND,NJ,IRSE)
DIMENSION S(1),MAXA(1),J(1)
IF (IRSE.LE.0) CALL REDBAK(S,D,MAXA,ND)
IF (IRSE.GT.0) CALL RESOC(S,MAXA,D,ND)
WRITE(5,1170)
DO 980 J=1,NJ
980 WRITE(5,1171)J,D(6*J-5),D(6*J-4),D(6*J-3),D(6*J-2),D(6*J-1),D(6*J)
RETURN
1170 FORMAT(//3X,'E') DESLOCAMENTO DAS JUNTAS//3X,'JUNT',2X,'TRANSL. X',
12X,'TRANSL. Y',2X,'TRANSL. Z',3X,'ROTACAO X',2X,'ROTACAO Y',2X,'RO
TACAO Z')
1171 FORMAT(3X,I4,3E11.3,6X,3E11.3)
END
SUBROUTINE VIBRA(S,B,MAXA,AUTVT,AUTVL,VT1,VT2,VT3,VT4,VT5,VT6,VT7,
*VT8,VT9,VT10,M,ND,NTP,N,ITM,IFDR,L,RAIO,FIJ,JJ,JK,IB,NJR,ND1,NC,NN
*,NTM)
REAL L(1)
DIMENSION S(NTP),MAXA(ND1),B(NTM),
* AUTVT(ND,NC),AUTVL(ND),
* VT1(ND),VT2(ND),VT3(ND),VT4(ND),VT5(ND,NC),
* VT6(ND),VT7(ND),VT8(ND),VT9(ND),VT10(ND),
* W(1),ITM(1),IFDR(1),RAIO(1),FIJ(1),JJ(1),JK(1),IB(1),
* AUX(5)
COMMON/VL/NROOT,RTOL,NITEM,IFSS,IFPR,IMJ
COMMON/MASS/IMCD,NPMM,NPAMM

```

```

WRITE(5,1002)NR00T,RT0L,NC,NITEM,IFSS,IFPR,IMJ
C
IF(IMCD.GT.0)GO TO 2000
CALL VEMAD(B,W,M,ITM,IFJR,L,RAIO,FIJ,JJ,JK,ND,IB,NJR)
2000 CONTINUE
IF(IMJ)30,30,10
10 WRITE(5,1003)
DO 20 I=1,IMJ
READ(8,1004)J,(AUX(K),K=1,6)
WRITE(5,1005)J,(AUX(K),K=1,6)
DO 15 K=1,6
KK=6-J-(6-K)
IF(IMCD.GT.0)KK=MAXA(KK)
B(KK)=B(KK)+AUX(K)
15 CONTINUE
20 CONTINUE
30 CONTINUE
NSTIF=15
IOUT=5
C
CALCULO DE W**2 E AUTOVECTORES ORTONORMALIZADOS
CALL SSPACE(S,B,MAXA,AJVT,AUTVL,VT1,VT2,VT3,VT4,VT5,VT6,VT7,VT8,V
*T9,VT10,ND,ND1,NTP,NTM,NROOT,RTOL,NC,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF,IOUT
*I)
C
CALCULO DE W=SQRT(W**2)
DO 110 I=1,NROOT
VT6(I)=SQRT(AUTVL(I))
110 CONTINUE
C
IMPRESSAO DAS FREQUENCIAS CIRCULARES E MODOS ORTONORMAIS
DO 130 I=1,NROOT
WRITE(5,1100)I
WRITE(5,1101)VT6(I)
WRITE(5,1102)
NJ=N)/6
DO 120 J=1,NJ
KK=6-J-5
KK=KK+5
WRITE(5,1103)J,(AUTVT(K,I),K=KK,KKK)
120 CONTINUE
130 CONTINUE
1002 FORMAT(///3X,'INFORMACOES PARA ANALISE DO AUTOPROBLEMA',/,3X,
* 'AUTOVALORES E VECTORES REQUERIDOS:',I7,/,3X,
* 'TOL. P/ CONVERGENCIA AUTOVALORES:',E7.1,/,3X,
* 'NO. DE VECTORES DE ITERACAO USADOS:',I7,/,3X,
* 'NO. MAX. ITER. SUBESPACO PERMITIDO:',I7,/,3X,
* 'JSO DE SEQUENCIA DE STURM(CHECK):',I7,/,3X,
* 'IMPRESSAO PARCIAL DOS RESULTADOS:',I7,/,3X,
* 'JUNTAS COM MASSAS ADICIONAIS:',I7,/)
1003 FORMAT(///3X,'MASSAS ADICIONAIS NAS JUNTAS',/,3X,
* 'JT TRANSX TRANSY TRANSZ ROTACX ROTACY
* ROTACZ',/)
1004 FORMAT(I5,6E10.0)
1005 FORMAT(I5,6F10.5)
1101 FORMAT(///3X,'FREQUENCIA CIRCULAR:W=',F10.4,' RAD/S.')
```

---

```

1100 FORMAT(/////3X,'MODO DE VIBRACAO NO.',I3,/,3X,'-----
1)-----')
1102 FORMAT(//3X,'MODO ORTONORMAL',/3X,'JT',5X,'TRANSL-X',5X,'TRANSL-Y',
1,5X,'TRANSL-Z',5X,'ROTAC.-X',5X,'ROTAC.-Y',5X,'ROTAC.-Z',/)
1103 FORMAT(I5,6F13.5)
RETURN
END
SUBROUTINE VEMAD(VM,W,M,ITM,IFJR,L,RAIO,FIJ,JJ,JK,ND,IB,NJR)
DIMENSION VM(1),W(1),ITM(1),IFJR(1),RAIO(1),FIJ(1),JJ(1),JK(1),IB(
*1)
REAL L(1)
DO 10 I=1,ND
VM(I)=0.0
DO 100 I=1,M
IF(ITM(I))30,30,20
20 IF(IFJR(I))25,25,100
25 I=2*I-IJ(I)
S=FI*RAIO(I)
L=S
DO TO 40
30 L=L(I)
40 SVM=0.5*CL*W(I)

```

```

      JJI=6*JJ(I)
      JKI=6*JK(I)
      DO 90 J=1,3
      N=JJI-(6-J)
      VM(N)=VM(N)+CVM
      N=JKI-(6-J)
90    VM(N)=VM(N)+CVM
100   CONTINUE
      DO 95 I=1,NJR
      L1=7*I-6
      L2=L1+1
      L7=L1+6
      K=0
      DO 95 J=L2,L7
      K=K+1
      IF (IB(J)) 95,95,96
96    ROW=6*IB(L1)-(3-K)
      VM(ROW)=0.0
95    CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SSPACE (A,B,MAXA,R,IGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLO,
      *3UPC,NN,NNM,NWK,NWM,NRJ,TT,RTOL,NC,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF,IDUT)
      DIMENSION A(NWK),B(NWM),R(NN,NC),TT(NN),W(NN),IGV(NC),
1     D(NC),VEC(NC,NC),AR(NNC),BR(NNC),RTOLV(NC),BUP(NC),
2     BLO(NC),BUPC(NC),MAXA(NNM)
      COMMON/EQU/IRSE
      ESTIPULE A TOLERANCIA PARA ITERACAO DE JACOBI
      TOLJ=0.0000000000001
      INICIALIZACAO
      ICONV=0
      NSCH=0
      NSMAX=12
      N1=NC+1
      NC1=NC-1
      REWIND(NSTIF)
      WRITE (NSTIF) A
      DO 60 I=1,NC
60    D(I)=0.
      MONTAGEM DOS VETORES DE ITERACAO INICIAIS
      ND=NN/NC
      IF (NWM.GT.NN) GO TO 4
      J=0
      DO 2 I=1,NN
      II=MAXA(I)
      R(I,1)=B(I)
      IF (B(I).GT.0) J=J+1
2     W(I)=B(I)/A(II)
      IF (NC.LE.J) GO TO 16
      WRITE (IDUT,1007)
      STOP
4     DO 10 I=1,NN
      II=MAXA(I)
      R(I,1)=B(II)
10    W(I)=B(II)/A(II)
16    DO 20 J=2,NC
      DO 20 I=1,NN
20    R(I,J)=0.
      L=NN-ND
      DO 30 J=2,NC
      RT=0.
      DO 40 I=1,L
      IF (W(I).LT.RT) GO TO 40
      RT=W(I)
      IJ=I
40    CONTINUE
      DO 50 I=L,NN
      IF (W(I).LE.RT) GO TO 50
      RT=W(I)

```



```

      IJ=I
50  CONTINUE
      TT(J)=FLOAT(IJ)
      W(IJ)=0.
      L=L-ND
30  R(IJ,J)=1.

C
      IF(IFPR.EQ.0) GO TO 71
      WRITE (IOUT,1008)
      WRITE (IOUT,1002) (TT(J),J=2,NC)
71  CONTINUE

C
C
      DECOMPOSICAO DA MATRIZ (A)

      ISH=0
      IF(IRSE.LE.0) CALL DECOMP(A,MAXA,NN,ISH,IOUT)
      IF(IRSF.GT.0) CALL DECOC(A,MAXA,NN)

C
C***** I N I C I O D O C I C L O D E I T E R A C A O
C
      NITE=0
100  NITE=NITE+1
      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 90
      WRITE (IOUT,1010) NITE

C
C
      CALCULO DAS PROJECCES DE A E B

90  IJ=0
      DO 110 J=1,NC
      DO 120 K=1,NN
120  TT(K)=R(K,J)
      IF(IRSF.LE.0) CALL REDBAK(A,TT,MAXA,NN)
      IF(IRSF.GT.0) CALL RESOC(A,MAXA,TT,NN)
      DO 130 I=J,NC
      ART=0.
      DO 140 K=1,NN
140  ART=ART+R(K,I)*TT(K)
      IJ=IJ+1
130  AR(IJ)=ART
      DO 150 K=1,NN
150  R(K,J)=TT(K)
110  CONTINUE
      IJ=0
      DO 160 J=1,NC
      CALL MULT (TT,B,R(1,J),MAXA,NN,NWM)
      DO 180 I=J,NC
      BRT=0.
      DO 190 K=1,NN
190  BRT=BRT+R(K,I)*TT(K)
      IJ=IJ+1
180  BR(IJ)=BRT
      IF (ICONV.GT.0) GO TO 160
      DO 200 K=1,NN
200  R(K,J)=TT(K)
160  CONTINUE

C
C
      RESOLUCAO DO AUTOPROBLEMA PARA OS OPERADORES DO SUBESPACO

      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 320
      IND=1
210  WRITE (IOUT,1020)
      II=1
      DO 300 I=1,NC
      ITEMP=II+NC-I
      WRITE (IOUT,1005) (AR(J),J=II,ITEMP)
300  II=II+N1-I
      WRITE (IOUT,1030)
      II=1
      DO 310 I=1,NC
      ITEMP=II+NC-I
      WRITE (IOUT,1005) (BR(J),J=II,ITEMP)
310  II=II+N1-I
      IF (IND.EQ.2) GO TO 350

C
320  CALL JACOBI (AR,BR,VEC,EIGV,W,NC,NNC,TOLJ,NSMAX,IFPR,IOUT)

```

```

C      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 350
      WRITE (IDUT,1040)
      IND=2
      GO TO 210

C      DISPOSICAO DOS AUTOVALORES EM ORDEM ASCENDENTE
C
350    IS=0
      II=1
      DO 360 I=1,NC1
      ITEMP=II+N1-I
      IF (EIGV(I+1).GE.EIGV(I)) GO TO 360
      IS=IS+1
      EIGVT=EIGV(I+1)
      EIGV(I+1)=EIGV(I)
      EIGV(I)=EIGVT
      BT=BR(ITEMP)
      BR(ITEMP)=BR(II)
      BR(II)=BT
      DO 370 K=1,NC
      RT=VEC(K,I+1)
      VEC(K,I+1)=VEC(K,I)
370    VEC(K,I)=RT
360    II=ITEMP
      IF (IS.GT.0) GO TO 350
      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 375
      WRITE (IDUT,1035)
      WRITE (IDUT,1006) (EIGV(I),I=1,NC)

C      CALCULO DE B VEZES APROXIMADOS AUTOVETORES (ICONV.EQ.0)
C      OU AUTOVETORES FINAIS APROXIMADOS (ICONV.GT.0)
C
375    DO 420 I=1,NN
      DO 422 J=1,NC
422    TT(J)=R(I,J)
      DO 424 K=1,NC
      RT=0.
      DO 430 L=1,NC
430    RT=RT+TT(L)*VEC(L,K)
424    R(I,K)=RT
420    CONTINUE
      IF (ICONV.GT.0) GO TO 500

C      VERIFICACAO DA CONVERGENCIA DOS AUTOVALORES
C
      DO 380 I=1,NC
      DIF=ABS(EIGV(I)-D(I))
      RTOLV(I)=DIF/EIGV(I)
380    IF (IFPR.EQ.0) GO TO 385
      WRITE (IDUT,1050)
      WRITE (IDUT,1005) (RTOLV(I),I=1,NC)

C
385    DO 390 I=1,NROOT
      IF (RTOLV(I).GT.RTOL) GO TO 400
390    CONTINUE
      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 401
      WRITE (IDUT,1060) RTOL
401    CONTINUE
      ICONV=1
      GO TO 100
400    IF (NITE.LT.NITEM) GO TO 410
      WRITE (IDUT,1070)
      ICONV=2
      IFSS=0
      GO TO 100

C
410    DO 440 I=1,NC
440    D(I)=EIGV(I)
      GO TO 100

C      ***** F I M   D O   C I C L O   D E   I T E R A C A O
C
500    CONTINUE
      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 402

```

```

WRITE(IOUT,1100)
WRITE(IOUT,1006) (EIGV(I),I=1,NROOT)
WRITE(IOUT,1110)
DO 530 J=1,NROOT
530 WRITE(IOUT,1005) (R(K,J),K=1,NN)
402 CONTINUE

C
C
C   CALCULO E IMPRESSAO DAS NORMAS DOS ERROS
C
REWIND(NSTIF)
READ(NSTIF) A

C
DO 580 L=1,NROOT
RT=EIGV(L)
CALL MULT(TT,A,R(1,L),MAXA,NN,NWK)
VNORM=0.
DO 590 I=1,NN
590 VNORM=VNORM+TT(I)*TT(I)
CALL MULT(W,B,R(1,L),MAXA,NN,NWM)
WNORM=0.
DO 600 I=1,NN
TT(I)=TT(I)-RT*W(I)
600 WNORM=WNORM+TT(I)*TT(I)
VNORM=SQRT(VNORM)
WNORM=SQRT(WNORM)
D(L)=WNORM/VNORM
580 CONTINUE
WRITE(IOUT,1115)
WRITE(IOUT,1006) (D(I),I=1,NROOT)

C
C
C   APLICACAO DA SEQUENCIA DE STURM(VERIFICACAO)
C
IF(IFSS.EQ.0) GO TO 700
CALL SCHECK(EIGV,RTOLV,BUP,BLO,BUPC,D,NC,NEI,RTOL,SHIFT)

C
C
C   WRITE(IOUT,1120) SHIFT
C
C   SHIFT DA MATRIX (A)
C
REWIND(NSTIF)
READ(NSTIF) A
IF(NWM.GT.NN) GO TO 645
DO 640 I=1,NN
II=MAXA(I)
640 A(II)=A(II)-B(I)*SHIFT
GO TO 660
645 DO 650 I=1,NWK
650 A(I)=A(I)-B(I)*SHIFT

C
C
C   DECOMPOSICAO DA MATRIZ (A) SFIFETADA.
C
660 ISH=1
CALL DFCOMP(A,MAXA,NN,ISH,IOUT)

C
C
C   CONTAGEM DO NUMERO DE ELEMENTOS NEGATIVOS DA DIAGONAL DE (A)
C
NSCH=0
DO 664 I=1,NN
II=MAXA(I)
IF(A(II).LT.0.) NSCH=NSCH+1
664 CONTINUE
IF(NSCH.EQ.NEI) GO TO 670
NMIS=NSCH-NEI
WRITE(IOUT,1130) NMIS
GO TO 700
670 WRITE(IOUT,1140) NSCH
700 RETURN

C
1002 FORMAT(3X,10F10.0)
1005 FORMAT(3X,12E10.4)
1006 FORMAT(1H,6E22.14)
1007 FORMAT(///,65H PARE.NC E MAIOR DO QUE O NUMERO DE GRAUS DE LIBERD
1ADE DA MASSA)
1008 FORMAT(///,74H GRAUS DE LIBERDADE EXCITADOS POR VETORES DE ITERA
ICAO INICIAIS UNITARIOS)

```

```

1010 FORMAT(3X,'I T E R A C A O   N U M E R O',I4)
1020 FORMAT(3X,'PROJECAO DE A (MATRIZ AR)')
1030 FORMAT(3X,'PROJECAO DE B (MATRIZ BR)')
1035 FORMAT(3X,'AUTOVALORES )= AR-LAMBDA*BR')
1040 FORMAT(3X,'AR E BR APOS DIAGONALIZACAO DE JACOBI')
1050 FORMAT(3X,'TOLERANCIA RELATIVA ATINGIDA NOS AUTOVALORES')
1060 FORMAT(///,3X,'CONVERGENCIA ATINGIDA PARA RTOL ',E10.4)
1070 FORMAT(3X,'NAO HOUE CONVERGENCIA NO NUMERO MAXIMO DE ITERACOES PE
1RMITIDO',/,3X,'ACEITOS OS VALORES DE ITERACAO CORRENTES',/,3X,'O C
2CHECK MEDIANTE A SEQUENCIA DE STURM NAO SERA EFETUADO')
1100 FORMAT(///3X,'OS AUTOVALORES CALCULADOS SAO')
1115 FORMAT(///3X,'ERROS NORMALIZADOS NOS AUTOVALORES')
1110 FORMAT(///3X,'OS AUTOVALORES CALCULADOS SAO',/)
1120 FORMAT(///,3X,'CHECK APLICADO AO SHIFT ',E22.14)
1130 FORMAT(///3X,'EXISTEM ',I4,' AUTOVALORES OMITIDOS')
1140 FORMAT(///3X,'NDS ACHAMOS OS MEVORES ',I4,' AUTOVALORES')

```

C

```

END
SUBROUTINE DECOMP (A,MAXA,NN,ISH,IOUT)
DIMENSION A(1),MAXA(1)
IF (NN.EQ.1) RETURN

```

C

```

DO 200 N=1,NN
  K=N-MAXA(N)
  KL=K+1
  KU=MAXA(N+1)-1
  KH=KU-KL
  IF (KH) 304,240,210
210  K=N-KH
  IC=0
  LT=KU
  DO 260 J=1,KH
  IC=IC+1
  LT=LT-1
  I=MAXA(K)
  VD=MAXA(K+1)-KI-1
  IF (N) 260,260,270
270  K=MIN0(IC,ND)
  IC=0.
  DO 280 L=1,KK
  C=C+A(KI+L)*A(KLT+L)
  A(KLT)=A(KLT)-C
260  K=K+1
240  K=N
  IC=0.
  DO 300 KK=KL,KJ
  K=K-1
  I=MAXA(K)
  C=A(KK)/A(KI)
  IF (ABS(C).LT.1.E07) GO TO 290
  WRITE (IOUT,2010) N,C
  STOP
290  B=B+C*A(KK)
300  A(KK)=C
  A(KN)=A(KN)-B
304  IF (A(KN)) 310,310,200
310  IF (ISH.EQ.0) GO TO 320
  IF (A(KN).EQ.0.) A(KN)=-1.E-16
  GO TO 200
320  WRITE (IOUT,2000) N,A(KN)
  STOP
200  CONTINUE

```

C

```

RETURN
2000 FORMAT(///3X,'PARE. MATRIZ DE RIGIDEZ NAO POSITIVA DEFINIDA',/,3X,
1,'NAD POSITIVO PIVOT PARA A EQUACAO ',I4,/,3X,'PIVOT = ',E20.12)
2010 FORMAT(///3X,'PARE. CHECK DA SEQUENCIA DE STURM FALHA DEVIDO AO GRA
1NDE MULTIPLICADOR PARA A COLUNA NUMERO',I4,/,3X,'MULTIPLICADOR=',E
20.8)
END
SUBROUTINE RED3AK (A,V,MAXA,NN)
DIMENSION A(1),V(1),MAXA(1)
DO 400 N=1,NN
  KL=MAXA(N)+1
  KU=MAXA(N+1)-1

```

```

      IF (KU-KL) 400,410,410
410  C=>N
      C=>0.
      DO 420 KK=KL,KU
      C=>K-1
420  C=C+A(KK)*V(K)
      V(N)=V(N)-C
400  CONTINUE
C
      DO 430 N=1,NN
      C=>MAXA(N)
480  V(N)=V(N)/A(K)
      IF (NN.EQ.1) RETURN
      N=NN
      DO 500 L=2,NN
      C=>L=MAXA(N)+1
      C=>U=MAXA(N+1)-1
      IF (KU-KL) 500,510,510
510  C=>N
      DO 520 KK=KL,KU
      C=>K-1
520  V(K)=V(K)-A(KK)*V(N)
500  N=N-1
C
      RETURN
      :NO
      SUBROUTINE MULT (TT,B,RR,MAXA,VN,NWM)
      DIMENSION TT(1),B(1),RR(1),MAXA(1)
C
      IF (NWM.GT.NN) GO TO 20
      DO 10 I=1,NN
10  TT(I)=B(I)*RR(I)
      RETURN
C
20  DO 40 I=1,NN
40  TT(I)=0.
      DO 100 I=1,NN
      C=>L=MAXA(I)
      C=>U=MAXA(I+1)-1
      II=I+1
      CC=RR(I)
      DO 100 KK=KL,KU
      II=II-1
100  TT(II)=TT(II)+B(KK)*CC
      IF (NN.EQ.1) RETURN
      DO 200 I=2,NN
      C=>L=MAXA(I)+1
      C=>U=MAXA(I+1)-1
      IF (KU-KL) 200,210,210
210  II=I
      AA=0.
      DO 220 KK=KL,KU
      II=II-1
220  AA=AA+B(KK)*RR(II)
      TT(I)=TT(I)+AA
200  CONTINUE
C
      RETURN
      :NO
      SUBROUTINE SCHECK (EIGV,RTOLV,BUP,BLO,BUPC,NEIV,NC,NEI,RTOL,SHIFT)
      REAL NEIV
      DIMENSION EIGV(NC),RTOLV(NC),BUP(NC),BLO(NC),BUPC(NC),NEIV(NC)
C
      FTOL=0.01
C
      DO 100 I=1,NC
      BUP(I)=EIGV(I)*(1.+FTOL)
100  BLO(I)=EIGV(I)*(1.-FTOL)
      VROOT=0
      DO 120 I=1,NC
120  IF (RTOLV(I).LT.RTOL) VROOT=NRJOT+1
      IF (VROOT.GE.1) GO TO 200
      NRIT: (6,1010)
      STOP
C

```

C ACHAR OS LIMITES SUPERIORES DOS GRUPOS DE AUTOVALORES

```

200 DO 240 I=1,NROOT
240 NEIV(I)=1
    IF (NROOT.NE.1) GO TO 260
    BUPC(1)=BUP(1)
    LM=1
    L=1
    I=2
    GO TO 295
260 L=1
    I=2
270 IF ( BUP(I-1).LE.BLG(I)) GO TO 280
    NEIV(L)=NEIV(L)+1
    I=I+1
    IF (I.LE.NROOT) GO TO 270
280 BUPC(L)=BUP(I-1)
    IF (I.GT.NROOT) GO TO 290
    L=L+1
    I=I+1
    IF (I.LE.NROOT) GO TO 270
    BUPC(L)=BUP(I-1)
290 LM=L
    IF (NROOT.EQ.NC) GO TO 300
295 IF (BUP(I-1).LE.BLG(I)) GO TO 300
    IF (RTOLV(I).GT.RTGL) GO TO 300
    BUPC(L)=BUP(I)
    NEIV(L)=NEIV(L)+1
    NROOT=NROOT+1
    IF (NROOT.EQ.NC) GO TO 300
    I=I+1
    GO TO 295

```

ACHAR O SHIFT

```

300 WRITE (6,1020)
    WRITE (6,1005) (BUPC(I),I=1,LM)
    WRITE (6,1030)
    WRITE (6,1006) (NEIV(I),I=1,LM)
    LL=LM-1
    IF (LM.EQ.1) GO TO 310
330 DO 320 I=1,LL
320 NEIV(L)=NEIV(L)+NEIV(I)
    L=L-1
    LL=LL-1
    IF (L.NE.1) GO TO 330
310 WRITE (6,1040)
    WRITE (6,1006) (NEIV(I),I=1,LM)
    L=0
    DO 340 I=1,LM
    L=L+1
    IF (NEIV(I).GE.NROOT) GO TO 350
340 CONTINUE
350 SHIFT=BUPC(L)
    NEI=NEIV(L)

```

RETURN

```

1005 FORMAT(1X,6E22.14)
1006 FORMAT(1X,6I22)
1010 FORMAT(3X,'***ERRO      SOLUCAO PARA EM *SCHECK*',/, 'NAO FORAM ACHAD
105 AUTOVALORES',/1X)
1020 FORMAT(///,3X,'LIMITES SUPERIORES NOS GRUPOS DE AUTOVALORES')
1030 FORMAT(/,3X,'NO. DE AUTOVALORES EM CADA GRUPO')
1040 FORMAT(/3X,'NO. DE AUTOVALORES MENORES QUE OS LIMITES SUPERIORES')
END
SUBROUTINE JACOBI (A,B,X,EIGV,D,N,NWA,RTOL,NSMAX,IFPR,IOUT)

```

DIMENSION A(NWA),B(NWA),X(N,N),EIGV(N),D(N)

INICIALIZE AS MATRIZES DE AUTOVALORES E DE AUTOVECTORES

N1=N+1

II=1

```

DO 10 I=1,N
IF (A(II).GT.0. .AND. B(II).GT.0.) GO TO 4
WRITE (IDUT,2020) II,A(II),B(II)
I=1
WRITE (IDUT,2040) I
STOP
4 D(I)=A(II)/B(II)
IGV(I)=D(I)
10 II=II+N1-I
DO 30 I=1,N
DO 20 J=1,N
20 K(I,J)=0.
30 K(I,I)=1.
IF (N.EQ.1) RETURN

C C C
INICIO DO SWEEP E COMEÇO DA ITERAÇÃO

NSWEEP=0
NR=N-1
40 NSWEEP=NSWEEP+1
IF (IFPR.EQ.1) WRITE (IDUT,2000) NSWEEP

C C C
CHECK SE O PRESENTE ELEMENTO FORA DA DIAGONAL É
GRANDE O SUFICIENTE PARA NECESSITAR ZERA-LO
EPS=(.01*NSWEEP)**2
DO 210 J=1,NR
JP1=J+1
JM1=J-1
LJK=JM1*N-JM1*J/2
JJ=LJK+J
DO 210 K=JP1,N
CP1=K+1
CM1=K-1
JK=LJK+K
KK=CM1*N-CM1*K/2+K
PTOLA=(A(JK)*A(JK))/(A(JJ)*A(KK))
PTOLB=(B(JK)*B(JK))/(B(JJ)*B(KK))
IF ((PTOLA.LT.EPS).AND.(PTOLB.LT.EPS)) GO TO 210

C C C
SE É NECESSÁRIO ZERA-LO, CALCULE OS ELEMENTOS DA MATRIZ
DE ROTACAO, CA E CG
AKK=A(KK)*B(JK)-B(KK)*A(JK)
AJJ=A(JJ)*B(JK)-B(JJ)*A(JK)
AB=A(JJ)*B(KK)-A(KK)*B(JJ)
CHECK=(AB*AB+4.*AKK*AJJ)/4.
IF (CHECK) 50,50,60
50 WRITE (IDUT,2020)
I=2
WRITE (IDUT,2040) I
STOP
60 SQCH=SQRT(CHECK)
D1=AB/2.+SQCH
D2=AB/2.-SQCH
DEN=D1
IF (ABS(D2).GT.ABS(D1)) DEN=D2
IF (DEN) 80,70,80
70 CA=0.
CG=-A(JK)/A(KK)
GO TO 90
80 CA=AKK/DEN
CG=-AJJ/DEN

C C C
EFETUAR A ROTACAO GENERALIZADA PARA ZERO DO PRESENTE ELEMENTO
EXTRA-DIAGONAL
90 IF (N-2) 100,190,100
100 IF (JM1-1) 130,110,110
110 DO 120 I=1,JM1
IM1=I-1
IJ=IM1*N-IM1*I/2+J
IK=IM1*N-IM1*I/2+K
AJ=A(IJ)
BJ=B(IJ)
AK=A(IK)
BK=B(IK)
A(IJ)=AJ+CG*AK

```

```

      B(IJ)=BJ+CG*BK
      A(IK)=AK+CA*AJ
120    B(IK)=BK+CA*BJ
130    IF (KP1-N) 140,140,160
140    LJI=JM1*N-JM1*J/2
      LKI=KM1*N-KM1*K/2
      DO 150 I=KP1,N
        JI=LJI+I
        KI=LKI+I
        AJ=A(JI)
        BJ=B(JI)
        AK=A(KI)
        BK=B(KI)
        A(JI)=AJ+CG*AK
        B(JI)=BJ+CG*BK
        A(KI)=AK+CA*AJ
150    B(KI)=BK+CA*BJ
160    IF (JP1-KM1) 170,170,190
170    LJI=JM1*N-JM1*J/2
      DO 180 I=JP1,KM1
        JI=LJI+I
        IM1=I-1
        IK=IM1*N-IM1*I/2+K
        AJ=A(JI)
        BJ=B(JI)
        AK=A(IK)
        BK=B(IK)
        A(JI)=AJ+CG*AK
        B(JI)=BJ+CG*BK
        A(IK)=AK+CA*AJ
180    B(IK)=BK+CA*BJ
190    AK=A(KK)
        BK=B(KK)
        A(KK)=AK+2.*CA*A(JK)+CA*CA*A(JJ)
        B(KK)=BK+2.*CA*B(JK)+CA*CA*B(JJ)
        A(JJ)=A(JJ)+2.*CG*A(JK)+CG*CG*AK
        B(JJ)=B(JJ)+2.*CG*B(JK)+CG*CG*BK
        A(JK)=0.
        B(JK)=0.

```

ATUALIZE A MATRIZ DE AUTOVECTORES APOS CADA ROTACAO

```

      DO 200 I=1,N
      XJ=X(I,J)
      XK=X(I,K)
      X(I,J)=XJ+CG*XK
200    X(I,K)=XK+CA*XJ
210    CONTINUE

```

ATUALIZE OS AUTOVALORES APOS CADA SWEEP

```

      II=1
      DO 220 I=1,N
      IF (A(II).GT.0. .AND. B(II).GT.0.) GO TO 215
      WRITE (IOUT,2020) II,A(II),B(II)
      I=3
      WRITE (IOUT,2040) I
      STOP
215    EIGV(I)=A(II)/B(II)
220    II=II+NI-I
      IF (IFPR.EQ.0) GO TO 230
      WRITE (IOUT,2030)
      WRITE (IOUT,2010) (EIGV(I),I=1,N)

```

```

      CHECK PARA CONVERGENCIA
230    DO 240 I=1,N
      TOL=RTOL*O(I)
      DIF=ABS(EIGV(I)-D(I))
      IF (DIF.GT.TOL) GO TO 280
240    CONTINUE

```

CHECK TODOS EXTRA-DIAGONAIS ELEMENTOS PARA VER SE OUTRO SWEEP E NECESSARIO

EPS=RTOL\*\*2



```

DO 250 J=1,NR
JM1=J-1
JP1=J+1
LJK=JM1*N-JM1*J/2
JJ=LJK+J
DO 250 K=JP1,N
KM1=K-1
JK=LJK+K
KK=KM1*N-KM1*K/2+K
PSA=(A(JK)*A(JK))/(A(JJ)*A(KK))
PSB=(B(JK)*B(JK))/(B(JJ)*B(KK))
IF ((PSA.LT.EPS).AND.(PSB.LT.EPS)) GO TO 250
GO TO 280
250 CONTINUE

```

PREENCHA O TRIANGULO INFERIOR DAS MATRIZES RESULTANTES E AVALIE OS AUTOVECTORES

```

255 II=1
DO 275 I=1,N
BB=SQRT(B(II))
DO 270 K=1,N
270 X(K,I)=X(K,I)/BB
275 II=II+N1-I
RETURN

```

A MATRIZ D E INICIE NOVO SWEEP, SE NECESSARIO

```

280 DO 290 I=1,N
290 D(I)=EIGV(I)
IF (NSWEEP.LT.NSMAX) GO TO 40
GO TO 255
2000 FORMAT(3X,'SWEEP EM *JACOBI* NUMERO ='I4)
2010 FORMAT(3X,6E20.12)
2020 FORMAT(3X,'***ERRO NA SOLUCAO.PARE.',/,3X,'MATRIZES NAO POSITIVA D
EFINIDAS',/,3X,'II=',I4,1X,'A(II)='E20.12,1X,'HB(II)='E20.12)
2030 FORMAT(3X,'CORRENTES AJTOVALORES EM *JACOBI* SAO',/)
2040 FORMAT(/,3X,'EM',I3)
END
SUBROUTINE MXID(B,TT,VJ,VJ,ND,MAXA,NTM,IMCD,NJRI,JIN)
DIMENSION B(1),TT(1),VJ(1),MAXA(1),JIN(1)
DIMENSION RI(9)

```

```

READ(8,100)K
WRITE(5,101)K
IF(K.GE.4)GO TO 500

```

```

DO 5 I=1,ND
5 VU(I)=0.0
DO 10 J=1,NJ
I=6*J-(6-K)
10 VU(I)=1.0

```

```

IF(NJRI)150,150,200
200 DO 210 J=1,NJ
IF(JIN(J))210,210,215
215 REA(16,J)(RI(I4),I4=1,9)
XX=6*J-5
YY=6*J-4
ZZ=6*J-3
X=RI(1)*VU(KX)+RI(2)*VJ(KY)+RI(3)*VU(KZ)
Y=RI(4)*VU(KX)+RI(5)*VJ(KY)+RI(6)*VU(KZ)
Z=RI(7)*VU(KX)+RI(8)*VJ(KY)+RI(9)*VU(KZ)
VU(KX)=X
VU(KY)=Y
VU(KZ)=Z
210 CONTINUE
150 CONTINUE

```

```

CALL MULT(TT,B,VU,MAXA,ND,NTM)
RETURN
500 CONTINUE
DO 501 I=1,ND
501 TT(I)=0.0
TT(K)=1.0

```

```

RETURN
100 FORMAT(15)
101 FORMAT(///3X,'SISMO APLICADO NA DIRECAO',I3)
      NO
      SUBROUTINE FAPAM(FP,RMI,AUTVT,ND,NROOT)
      DIMENSION FP(1),RMI(1)
      DIMENSION AUTVT(ND,NROOT)
      DO 10 I=1,NROOT
10    P(I)=0.
      DO 20 I=1,NROOT
      DO 20 J=1,ND
      FP(I)=FP(I)+AUTVT(J,I)*RMI(J)
20    CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE AMORT1
      COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES
      READ(8,100)C
      CSI=C
      WRITE(5,101)CSI
      RETURN
100  FORMAT(F5.0)
101  FORMAT(///3X,'COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO CRITICO',/3X,
      *      'IDENTICO PARA TODOS OS MODOS =',F5.3)
      END
      SUBROUTINE SISMO(ACELG,T,WJ,FJ)
      DIMENSION ACELG(1),T(1),WJ(1),FJ(1)
      COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,K
      NPO=NINSI+1
      IF(K)1,2,1
2    READ(8,101)(ACELG(I),I=1,NPO)
      DO 5 I=1,NPO
5    T(I)=(I-1)*DELSI
      GO TO 15
1    WRITE(5,102)
      READ(8,103)(WJ(J),J=1,K),(FJ(J),J=1,K)
      WRITE(5,104)(WJ(J),J=1,K)
      WRITE(5,105)
      WRITE(5,104)(FJ(J),J=1,K)
      DO 3 I=1,NPO
      T(I)=(I-1)*DELSI
      ACELG(I)=0.
      COE=FAC*T(I)*EXP(-0.333*T(I))
      DO 3 J=1,K
3    ACELG(I)=ACELG(I)+COE*COS(WJ(J)*T(I)+FJ(J))/3.28
15  WRITE(5,106)
      WRITE(5,107)(T(I),ACELG(I),I=1,NPO)
      RETURN
101  FORMAT(8F10.4)
102  FORMAT(///3X,'SISMO REPRESENTADO POR MEIO DE UMA FUNCAO',/3X,
      *      'FREQUENCIA DO SISMO')
103  FORMAT(8F10.4)
104  FORMAT(/12F10.4)
105  FORMAT(3X,'ANGULOS DE FASE DO SISMO')
106  FORMAT(/4X(5X,'TEMPO' ACELERACAO'))
107  FORMAT(/4X(F10.2,F13.2,2X))
      END
      SUBROUTINE ESPEC(SD,AUTVL,NROOT,ITESP)
      DIMENSION SD(1),AUTVL(1)
      READ(8,100)(SD(I),I=1,NROOT)
      IF(ITESP-2)1,2,3
1    RETURN
2    DO 5 I=1,NROOT
5    SD(I)=SD(I)/SQRT(AUTVL(I))
      RETURN
3    DO 6 I=1,NROOT
6    SD(I)=SD(I)/AUTVL(I)
      RETURN
100  FORMAT(8E10.0,/)
      END
      SUBROUTINE SRSS(VTOT,FTOT,RTOT,STOT,VR,SEQ,YR,FP,SD,AUTVT,AML,SMR,
      *JJ,JK,FIJ,NP,IB,R,JIN,AR,ITM,IBAU,IFOR,RAIO,ND,M,NJR,NJ,NROOT,AX,I
      *P,FC,BETA,GAMA,PR)
      REAL IP(1)
      DIMENSION VTOT(1),VR(1),YR(1),FP(1),SD(1),RTOT(1),STOT(1),SEQ(1),J

```

```

*JC(1),JK(1),FIJ(1),NP(1),IB(1),JIN(1),AR(1),ITM(1),IBAU(1),IFOR(1),
*RAIO(1),AX(1),FC(1),AUTVT(N),NROOT,FTOT(M,12),AML(M,12),R(M,9),SM
*R(12,12)
)IMENSION BETA(1),GAMA(1)
)IMENSION PR(1)
COMMON/SIG/ICR,IIPR,IINV,IINC,IFIT
REA(8,300)INC,INCE,INCT
IF(INCT)5,6,5
5 REA(8,200)ICR,IIPR,IINV,IINC
6 CONTINUE
IIPR=0
)O 7 I=1,ND
7 VTOT(I)=0.
M4=4*M
)O 8 I=1,M4
8 STOT(I)=0.
)O 9 I=1,M
)O 9 J=1,12
9 FTOT(I,J)=0.
NJR6=6*NJR
)O 11 I=1,NJR6
11 RTOT(I)=0.
)O 10 I=1,NROOT
10 YR(I)=FP(I)*SD(I)
)O 100 I=1,NROOT
WRITE(5,1200)I
)O 20 J=1,ND
20 VR(J)=0.
)O 25 J=1,ND
25 VR(J)=AUTVT(J,I)*YR(I)
IF(INCD)27,27,28
28 WRITE(5,1000)
)O 26 J=1,NJ
26 WRITE(5,1001)J,VR(6*J-5),VR(6*J-4),VR(6*J-3),VR(6*J-2),VR(6*J-1),
*VR(6*J)
27 CONTINUE
II=INCE+INCT
IF(II)50,50,30
30 CONTINUE
)O 31 J=1,M
)O 31 K=1,12
31 AML(J,K)=0.
IED=-1
CALL ESFOR(SMR,JJ,JK,VR,AML,FIJ,NP,AR,IB,R,JIN,VTOT,RTOT,ITM,IBAU,
*IFOR,IED,M)
IF(INCT)50,50,40
40 CONTINUE
)O 41 J=1,M4
41 SEQ(J)=0.
IED=-1
CALL SIGMA(NJ,M,ITM,AML,JJ,JK,RAIO,SEQ,IED,AX,IP,FC,BETA,GAMA,PR)
50 CONTINUE
IF(INCD)51,51,52
52 )O 53 J=1,ND
53 VTOT(J)=VTOT(J)+VR(J)*VR(J)
51 CONTINUE
IF(INCE)54,54,55
55 )O 56 J=1,M
)O 56 K=1,12
56 FTOT(J,K)=FTOT(J,K)+AML(J,K)*AML(J,K)
)O 954 II=1,NJR
L1=7*II-5
L2=L1+1
L7=L1+6
K=0
)O 954 J=L2,L7
K=K+1
IF(IB(J))954,954,953
953 ROW=6*IB(L1)-(5-K)
(K=6*II-(6-K)
RTOT(KK)=RTOT(KK)+AR(RJW)*AR(RJW)
954 CONTINUE
54 CONTINUE
IF(INCT)57,57,58
58 )O 59 J=1,M4

```

```

59 STOT(J)=STOT(J)+SEQ(J)*SEQ(J)
57 CONTINUE
100 CONTINUE
IF(INCD) 120,120,110
110 DO 111 I=1,ND
111 VTOT(I)=SQRT(VTOT(I))
WRITE(5,1000)
DO 900 I=1,NJ
WRITE(5,1001)I,VTOT(6*I-5),VTOT(6*I-4),VTOT(6*I-3),VTOT(6*I-2),VTOT(6*I-1),VTOT(6*I)
*VTOT(6*I-1),VTOT(6*I)
900 CONTINUE
120 IF(INCE) 130,130,121
121 DO 122 I=1,M
DO 122 J=1,12
122 FTOT(I,J)=SQRT(FTOT(I,J))
DO 150 I=1,NJR5
150 RTOT(I)=SQRT(RTOT(I))
WRITE(5,1002)
DO 958 I=1,M
958 WRITE(5,1151)I,JJ(I),(FTOT(I,J),J=1,6),I,JK(I),(FTOT(I,J),J=7,12)
WRITE(5,1160)
DO 971 I=1,NJR
L1=7*(I-1)+1
J=IB(L1)
WRITE(5,1161)J,RTOT(6*I-5),RTOT(6*I-4),RTOT(6*I-3),RTOT(6*I-2),RTOT(6*I-1),RTOT(6*I)
*RTOT(6*I-1),RTOT(6*I)
971 CONTINUE
130 IF(INCT) 140,140,131
131 DO 132 I=1,M4
132 STOT(I)=SQRT(STOT(I))
WRITE(5,1010)ICR,IFIT,IINX,IINC,IIPR
IF(ICR-2) 170,151,170
170 WRITE(5,1011)
DO 980 I=1,M
980 WRITE(5,1012)I,JJ(I),STOT(4*I-3),I,JK(I),STOT(4*I-1)
IF(ICR-2) 140,151,151
151 WRITE(5,1013)
DO 981 I=1,M
981 WRITE(5,1012)I,JJ(I),STOT(4*I-2),I,JK(I),STOT(4*I)
140 CONTINUE
RETURN
300 FORMAT(3I5)
200 FORMAT(4I5)
1000 FORMAT(///3X,'DESLOCAMENTOS DAS JUNTAS',/3X,'JUNT',2X,'TRANSL. X',
*,2X,'TRANSL. Y',2X,'TRANSL. Z',8X,'ROTACAO X',2X,'ROTACAO Y',2X,'ROTACAO Z')
1001 FORMAT(3X,I4,3F11.3,6X,3F11.3)
1002 FORMAT(///3X,'ESFORÇOS FINAIS NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS',/3
*,X,'MB JUNTA FORÇA X FORÇA Y FORÇA Z MOMEN X MOMEN Y MOMEN Z')
1151 FORMAT(3X,I2,I5,F13.4,5F12.4,/,3X,I2,I6,F13.4,5F12.4)
1160 FORMAT(///3X,'REAÇÃO NOS APOIOS',/3X,'JUNT',2X,'FORÇA X',3X,'FORÇA Y',3X,'FORÇA Z',3X,'MOMEN X',3X,'MOMEN Y',3X,'MOMEN Z')
1161 FORMAT(3X,I4,3F13.4,7X,3F13.4)
1010 FORMAT(3X,///,'TENSÕES EQUIVALENTES NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS',
*/3X,'DADOS FORNECIDOS PARA O CALCULO DAS TENSÕES',/3X,'ICR IFIT
*IINX IINC IIPR',/,5I3,/)
1011 FORMAT(3X,///,'CRITERIO DE TRESCA',/3X,' M J TENSÃO',/)
1012 FORMAT(2I5,F12.2,/)
1013 FORMAT(3X,///,'CRITERIO DE MISES',/3X,' M J TENSÃO',/)
1200 FORMAT(///3X,'*****MODJ',I3,'*****')
RETURN
END
SUBROUTINE NMARSD(SD,AJTVL,ACELG,NROOT)
DIMENSION SD(1),AJTVL(1),ACELG(1)
COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES
READ(8,100)DELTA,ALFA,SF
WRITE(5,101)DELTA,ALFA,SF
IF(SF) 1,2,1
2 SF=1.
1 CONTINUE
I=3.141592654
DO 10 I=1,NROOT
XMAX=0.
W2=AJTVL(I)

```

```

4=SQRT(AUTVL(I))
T=2.*PI/W
DP=T/10.
L=J:LSI/DP+1.
DT=J:LSI/L
WRITE(5,1200)I,DT
A0=1./(ALFA*DT**2)
A1=DELTA/(ALFA*DT)
A2=1./(ALFA*DT)
A3=1./(2.*ALFA)-1.
A4=(DELTA/ALFA)-1.
A5=(T/2.)*(DELTA/ALFA)-2.)
A6=DT*(1.-DELTA)
A7=DELTA*DT
X=0.
X1=0.
X2=0.
ETA=2.*CSI*W
SE=W2+A0+A1*ETA
DO 30 IT=2,NPO
SL=(ACELG(IT)-ACELG(IT-1))/L
DO 35 K=1,L
VGT=(ACELG(IT-1)+SL*K)*SF
C=C+(A0*X+A2*X1+A3*X2)+ETA*(A1*X+A4*X1+A5*X2)
XL=C/SE
X2L=A0*(XL-X)-A2*X1-A3*X2
X1L=X1+A6*X2+A7*X2L
X=XL
X1=X1L
X2=X2L
IF(ABS(X).LE.ABS(XMAX))GO TO 35
XMAX=X
35 CONTINUE
30 CONTINUE
SD(I)=ABS(XMAX)
10 CONTINUE
WRITE(5,1201)
DO 400 I=1,NROOT
400 WRITE(5,1202)I,SD(I)
RETURN
100 FORMAT(3F10.0)
101 FORMAT(///3X,'PARAMETROS DE INTEGRACAO',/3X,'DELTA=',F5.2,' ALFA=
*,F5.2,///3X,'FATOR DE ESCALA DO SISMO=',F5.2)
1200 FORMAT(///3X,'INTERVALO DE INTEGRACAO PARA O MOD0',I3,'=',F10.3)
1201 FORMAT(///3X,'ESPECTRO DE DESLOCAMENTOS',/)
1202 FORMAT(3X,'SD(',I2,')=',F10.4)
END
SUBROUTINE INTESD(SD,AUTVL,ACELG,NROOT)
DIMENSION SD(1),AUTVL(1),ACELG(1)
DIMENSION A(2,2),B(2,2),X(3),T(3),G(2)
COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES
READ(8,100)SVL1,SVL2,SF
IF(SF)1,2,1
2 SF=1.
1 CONTINUE
WRITE(5,200)SF
PI=3.141592654
DO 10 I=1,NROOT
4=SQRT(AUTVL(I))
A2=AUTVL(I)
P=2.*PI/W
DELP=P/10.
L=J:LSI/DELP+1.
DELT=DELSI/L
DT=DELT
WRITE(5,1200)I,DT
CALL MABS(CSI,W,DELT,A,3)
X(1)=0.0
X(2)=0.0
X(3)=0.0
XMAX=0.0
W=2.*CSI*W
DO 20 IT=2,NPO
SL=(ACELG(IT)-ACELG(IT-1))/L

```

```

DO 30 M=1,L
3(1)=(ACELG(IT-1)+SL*(M-1))*SF
3(2)=(ACELG(IT-1)+SL*M)*SF
TY(1)=A(1,1)*X(1)+A(1,2)*X(2)-3(1,1)*G(1)-B(1,2)*G(2)
TY(2)=A(2,1)*X(1)+A(2,2)*X(2)-3(2,1)*G(1)-B(2,2)*G(2)
TY(3)=-DW*TY(2)+W2*TY(1)
X(1)=TY(1)
X(2)=TY(2)
K(3)=TY(3)
IF(ABS(TY(1)).LE.ABS(DMAX))GO TO 30
DMAX=TY(1)
30 CONTINUE
20 CONTINUE
SD(I)=ABS(DMAX)
10 CONTINUE
WRITE(5,1201)
DO 400 I=1,NROOT
400 WRITE(5,1202)I,SD(I)
RETURN
FORMAT(3E10.0)
200 FORMAT(///3X,'FATOR DE ESCALA DO SISMO =',F5.2)
1200 FORMAT(///3X,'INTERVALO DE INTEGRACAO PARA O MOD0',I3,' =',F10.3)
1201 FORMAT(///3X,'ESPECTRO DE DESLOCAMENTOS',/)
1202 FORMAT(3X,'SD(',I2,')=',E10.4)
END
SUBROUTINE MABS(D,W,DELT,A,B)
DIMENSION A(2,2),B(2,2)
W=) * W
D2=D**2
A0=EXP(-DW*DELT)
A1=W*SQR(1.-D2)
AD1=A1*DELT
A2=SIN(AD1)
A3=COS(AD1)
W2=W**2
A4=(2.*D2-1.)/W2
A5=D/W
A6=2.*A5/W2
A7=1./W2
A8=(A1*A3-DW*A2)*A0
A9=-(A1*A2+DW*A3)*A0
A10=A8/A1
A11=A0/A1
A12=A11*A2
A13=A0*A3
A14=A10*A4
A15=A12*A4
A16=A6*A13
A17=A9*A6
A(1,1)=A0*(DW*A2/A1+A3)
A(1,2)=A12
A(2,1)=A10*DW+A9
A(2,2)=A10
3(1,1)=(-A15-A16+A6)/DELT-A12*A5-A7*A13
3(1,2)=(A15+A16-A6)/DELT+A7
3(2,1)=(-A14-A17-A7)/DELT-A10*A5-A9*A7
3(2,2)=(A14+A17+A7)/DELT
RETURN
END
SUBROUTINE SIGMA(NJ,M,ITM,AML,JJ,JK,RAIO,ST,IED,AX,IP,FC,BETA,GAMA
*,PR)
REAL IP(1),MB,MX,NX,NC
DIMENSION ITM(1),AML(M,12),JJ(1),JK(1),RAIO(1),ST(1),AX(1),FC(1),P
*(1)
DIMENSION B(2),G(2)
DIMENSION BETA(1),GAMA(1)
COMMON/SIG/ICR,IFIT,IIVX,IINC,IFIT
C
PI=4.*ATAN(1.)
IF(IED)500,501,501
501 CONTINUE
WRITE(5,101)ICR,IFIT,IIVX,IINC,IIPR
500 CONTINUE
C
TMGT=0.

```

```

C      TMVM=0.
C      DO 99 I=1,M
C      JJ=JJ(I)
C      JKI=JK(I)
C      DE=SQRT(4.*IP(I)/AX(I)+2.*AX(I)/PI)
C      AUX=)**2-4.*AX(I)/PI
C      DI=SQRT(AUX)
C      TH=(DE-DI)/2.
C      RM=(DE+DI)/2.
C      RT=RM/TH
C      Z=IP(I)/DE
C      ZP=2.*Z
C
C      B(1)=BETA(I)
C      B(2)=BETA(I)
C      G(1)=GAMA(I)
C      G(2)=GAMA(I)
C
C      P=0.0
C      IF(IIPR.GT.0)P=PR(I)
C
C      DO 98 IC=1,2
C      K=(IC-1)*6
C      IF(K)40,40,41
C 40  J=JJI
C      BE=B(1)
C      GA=G(1)
C      GO TO 42
C 41  J=JKI
C      BE=B(2)
C      GA=G(2)
C
C 42  CONTINUE
C      IF(IFIT.LE.0)GO TO 60
C      IF(ITM(I).GT.0)GO TO 60
C      READ(17,'J')X,Y
C      IF(X.GT.1.)BE=X
C      IF(Y.GT.1.)GA=Y
C
C 60  CONTINUE
C      MB=SQRT((BE*AML(I,5+K))**2+(GA*AML(I,6+K))**2)
C      MX=ABS(AML(I,4+K))
C
C      VX=0.0
C      IF(IINX.GT.0)NX=ABS(AML(I,1+K))
C
C      VC=0.0
C      IF(IINC.GT.0)NC=SQRT(AML(I,2+K)**2+AML(I,3+K)**2)
C
C      TEL=NX/AX(I)+MB/Z
C      TEC=P*RT
C      TAL=FC(I)*NC/AX(I)+MX/ZP
C
C      IF(ICR-2)70,75,70
C 70  TEGT=SQRT((TEL-TEC)**2+4.*TAL**2)
C      TPI=0.5*(TEL+TEC+SQRT((TEL-TEC)**2+4.*TAL**2))
C      IF(TPI.GT.TEGT)TEGT=TPI
C
C      IF(ICR-3)80,75,80
C 75  TEVM=SQRT(TEL**2+TEC**2-TEL*TEC+3.*TAL**2)
C
C 80  CONTINUE
C
C      IF(IED)200,201,201
C
C 200  CONTINUE
C      IF(IC-1)202,202,203
C 202  ST(4*I-3)=TEGT
C      ST(4*I-2)=TEVM
C      GO TO 204
C 203  ST(4*I-1)=TEGT
C      ST(4*I)=TEVM
C 204  GO TO 98
C

```

```

201 CONTINUE
   IF (TMGT-TEGT) 81, 82, 82
81  TMGT=TEGT
   MMGT=I
   JMGT=J
82  IF (TMVM-TEVM) 83, 84, 84
83  TMVM=TEVM
   MMVM=I
   JMVM=J
84  IF (ICR-2) 86, 87, 88
86  WRITE (5, 105) I, J, BE, GA, TEL, TEC, TAL, TEGT
   GO TO 98
87  WRITE (5, 106) I, J, BE, GA, TEL, TEC, TAL, TEVM
   GO TO 98
88  WRITE (5, 107) I, J, BE, GA, TEL, TEC, TAL, TEGT, TEVM
98  CONTINUE
99  CONTINUE

```

C

```

   IF (IED) 300, 301, 301
300 RETURN
301 CONTINUE
   WRITE (5, 111)
   IF (ICR-2) 90, 91, 92
90  WRITE (5, 108) MMGT, JMGT, TMGT
   GO TO 95
91  WRITE (5, 109) MMVM, JMVM, TMVM
   GO TO 95
92  WRITE (5, 110) MMGT, JMGT, TMGT, MMVM, JMVM, TMVM
95  RETURN

```

C

```

101 FORMAT(///, 3X, 'TENSOES EQUIVALENTES NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS',
* / 3X, 'DADOS FORNECIDOS PARA CALCULO DAS TENSOES', / 3X, 'ICR IFIT II
* NX IINC IIPR', /, 5I6, / 3X, 'LOCALIZACAO
* FATORES DE INT DE TENSOES', 11X, 'ESTADO PLANO DE TENSOES', 9X, 'TEOR
* IAS DE RESISTENCIA', / 3X, 'MB JUNTA INPLANE OUTPLANE', 8X,
* 'TENS LONGL TENS CIRC L TENS CISNT CRIT TRESCA CRIT MISES')
105 FORMAT(3X, I2, I7, F14.3, F10.3, 6X, 3F13.2, 1X, F13.2, 3X, 'NAO SOLICIT')
106 FORMAT(3X, I2, I7, F14.3, F10.3, 6X, 3F13.2, 1X, 'NAO SOLICIT', F13.2)
107 FORMAT(3X, I2, I7, F14.3, F10.3, 6X, 3F13.2, 1X, 2F13.2)
108 FORMAT(3X, I2, 2X, I2, F12.2, 6X, 'NAO FOI SOLICITADA')
109 FORMAT(3X, 'NAO FOI SOLICITADA', 6X, I2, 2X, I2, F12.2)
110 FORMAT(3X, I2, 2X, I2, F12.2, 6X, I2, 2X, I2, F12.2)
111 FORMAT(// 3X, 'TENSOES EQUIVALENTES MAXIMAS OCORREM A:', / 3X, 'CRIT
* ERIO DE TRESCA', 6X, 'CRITERIO DE MISES', / 3X, 'MB JT TENSÃO
* MB JT TENSÃO')
END
SUBROUTINE ESFOR(SMR, JJ, JK, D, AML, FIJ, NP, AR, IB, R, JIN, A, AE, ITM, IBAU,
* IFOR, IED, M)
  DIMENSION JJ(1), JK(1), D(1), FIJ(1), NP(1), AR(1), IB(1), JIN(1), A(1), AE
* (1), ITM(1), IBAU(1), IFOR(1), SMR(12, 12), AML(M, 12), R(M, 9)
  DIMENSION AM(12), AMD(12), FI(13), YM(13)
  DIMENSION RI(9)
  COMMON/INF1/NE, NGM, ITICC, IVL, NJR, NAE, MR, MCC, MCQ, MLB, NJRI, MRTR, NPM,
* VTP, LF, ND
  COMMON/INF3/NJ
  DO 910 I=1, ND
910  AR(I)=0.0
      DO 946 I=1, M
        READ(12, I) SMR
        JJI=JJ(I)
        JKI=JK(I)
        J1=6*JJ1-5
        J2=6*JJ1-4
        J3=6*JJ1-3
        J4=6*JJ1-2
        J5=6*JJ1-1
        J6=6*JJ1
        K1=6*JK1-5
        K2=6*JK1-4
        K3=6*JK1-3
        K4=6*JK1-2
        K5=6*JK1-1
        K6=6*JK1
        DO 915 J=1, 12
          AMD(J)=SMR(J, 1)*D(J1)+SMR(J, 2)*D(J2)+SMR(J, 3)*D(J3)+SMR(J, 4)*D(J4)

```



```

1+SMR(J,5)*D(J5)+SMR(J,6)*D(J6)+SMR(J,7)*D(K1)+SMR(J,8)*D(K2)+SMR(J
2,9)*D(K3)+SMR(J,10)*D(K4)+SMR(J,11)*D(K5)+SMR(J,12)*D(K6)
AM(J)=AML(I,J)+AMD(J)
915 AML(I,J)=AM(J)
IF(I*TM(I))920,920,916
916 IF(IFOR(I))917,917,918
917 SIN FJ=SIN(FIJ(I))
SINFJ=-SINFJ
COSFJ=COS(FIJ(I))
COSFK=COSFJ
GO TO 919
918 NPI=NP(I)
READ(11,I)(YM(K),K=1,NPI),(FI(K),K=1,NPI)
SINFJ=SIN(FI(1))
SINFK=SIN(FI(NPI))
COSFJ=COS(FI(1))
COSFK=COS(FI(NPI))
919 AML(I,1)=AM(1)*COSFJ+AM(2)*SINFJ
AML(I,2)=-AM(1)*SINFJ+AM(2)*COSFJ
AML(I,3)=AM(3)
AML(I,4)=AM(4)*COSFJ+AM(5)*SINFJ
AML(I,5)=-AM(4)*SINFJ+AM(5)*COSFJ
AML(I,6)=AM(6)
AML(I,7)=AM(7)*COSFK+AM(8)*SINFK
AML(I,8)=-AM(7)*SINFK+AM(8)*COSFK
AML(I,9)=AM(9)
AML(I,10)=AM(10)*COSFK+AM(11)*SINFK
AML(I,11)=-AM(10)*SINFK+AM(11)*COSFK
AML(I,12)=AM(12)
920 IF(IBAU(JJI))933,933,921
921 L1=IBAU(JJI)
IF(IB(L1+1))923,923,922
922 AR(J1)=AR(J1)+R(I,1)*AMD(1)+R(I,4)*AMD(2)+R(I,7)*AMD(3)
923 IF(IB(L1+2))925,925,924
924 AR(J2)=AR(J2)+R(I,2)*AMD(1)+R(I,5)*AMD(2)+R(I,8)*AMD(3)
925 IF(IB(L1+3))927,927,925
926 AR(J3)=AR(J3)+R(I,3)*AMD(1)+R(I,6)*AMD(2)+R(I,9)*AMD(3)
927 IF(IB(L1+4))929,929,928
928 AR(J4)=AR(J4)+R(I,1)*AMD(4)+R(I,4)*AMD(5)+R(I,7)*AMD(6)
929 IF(IB(L1+5))931,931,930
930 AR(J5)=AR(J5)+R(I,2)*AMD(4)+R(I,5)*AMD(5)+R(I,8)*AMD(6)
931 IF(IB(L1+6))933,933,932
932 AR(J6)=AR(J6)+R(I,3)*AMD(4)+R(I,6)*AMD(5)+R(I,9)*AMD(6)
933 IF(IBAU(JKI))946,946,934
934 L1=IBAU(JKI)
IF(IB(L1+1))936,936,935
935 AR(K1)=AR(K1)+R(I,1)*AMD(7)+R(I,4)*AMD(8)+R(I,7)*AMD(9)
936 IF(IB(L1+2))938,938,937
937 AR(K2)=AR(K2)+R(I,2)*AMD(7)+R(I,5)*AMD(8)+R(I,8)*AMD(9)
938 IF(IB(L1+3))940,940,939
939 AR(K3)=AR(K3)+R(I,3)*AMD(7)+R(I,6)*AMD(8)+R(I,9)*AMD(9)
940 IF(IB(L1+4))942,942,941
941 AR(K4)=AR(K4)+R(I,1)*AMD(10)+R(I,4)*AMD(11)+R(I,7)*AMD(12)
942 IF(IB(L1+5))944,944,943
943 AR(K5)=AR(K5)+R(I,2)*AMD(10)+R(I,5)*AMD(11)+R(I,8)*AMD(12)
944 IF(IB(L1+6))946,946,945
945 AR(K6)=AR(K6)+R(I,3)*AMD(10)+R(I,6)*AMD(11)+R(I,9)*AMD(12)
946 CONTINUE
IF(NJRI)952,952,950
950 DO 951 J=1,NJ
IF(JIN(J))951,951,961
961 READ(16,J)(RI(K),K=1,9)
J1=6*J-5
J2=6*J-4
J3=6*J-3
J4=6*J-2
J5=6*J-1
J6=6*J
AM(1)=RI(1)*AR(J1)+RI(2)*AR(J2)+RI(3)*AR(J3)
AM(2)=RI(4)*AR(J1)+RI(5)*AR(J2)+RI(6)*AR(J3)
AM(3)=RI(7)*AR(J1)+RI(8)*AR(J2)+RI(9)*AR(J3)
AM(4)=RI(1)*AR(J4)+RI(2)*AR(J5)+RI(3)*AR(J6)
AM(5)=RI(4)*AR(J4)+RI(5)*AR(J5)+RI(6)*AR(J6)
AM(6)=RI(7)*AR(J4)+RI(8)*AR(J5)+RI(9)*AR(J6)
DO 951 K=1,6

```

```

      (K=6*(J-(6-K))
      AR(KK)=AM(K)
951  CONTINUE
952  IF(I=0) 981,980,981
980  CONTINUE
      DO 954 I=1,NJR
      L1=7*I-6
      L2=L1+1
      L7=L1+6
      K=0
      DO 954 J=L2,L7
      K=K+1
      IF(IB(J)) 954,954,953
953  ROW=6*(IB(L1)-(6-K))
      AR(ROW)=AR(ROW)-A(ROW)-AE(ROW)
954  CONTINUE
981  IF(I=0.2) RETURN
      WRITE(5,1150)
      DO 958 I=1,M
      WRITE(5,1151) I, JJ(I), (AML(I,J), J=1,6), I, JK(I), (AML(I,J), J=7,12)
958  CONTINUE
      WRITE(5,1160)
      DO 971 I=1,NJR
      L1=7*(I-1)+1
      J=IB(L1)
      WRITE(5,1161) J, AR(6*(J-5)), AR(6*(J-4)), AR(6*(J-3)), AR(6*(J-2)), AR(6*(J-1)),
1  AR(6*(J))
971  CONTINUE
      RETURN
1150  FORMAT(///3X,'ESFORÇOS FINAIS NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS',/3
1  X,'MB JUNTA FORÇA X FORÇA Y FORÇA Z MOMEN X M
2  MOMEN Y MOMEN Z')
1151  FORMAT(3X,I2,I6,F13.4,5F12.4,/,3X,I2,I6,F13.4,5F12.4)
1160  FORMAT(///3X,'REACAO VJS APOIOS',/3X,'JUNT',2X,'FORÇA X',3X,'FO
1  RÇA Y',3X,'FORÇA Z',8X,'MOMEN X',3X,'MOMEN Y',3X,'MOMEN Z')
1161  FORMAT(3X,I4,3F13.4,7X,3F13.4)
      :ND
      SUBROUTINE INTEG(X1,X2,X3,AUTVL,AUTVT,D,SMR,JJ,JK,AML,FIJ,NP,AR,IB
      *,R,JIN,Z,AE,ITM,IBAU,IFDR,RAIO,ACELG,FP,NROOT,N),M,NJ,AX,IP,FC,BET
      *,GAMA,AB,DW,PR)
      REAL IP(1)
      ) DIMENSION X1(1),X2(1),X3(1),AUTVL(1),D(1),JJ(1),JK(1),FIJ(1),NP(1)
      *,AR(1),JIN(1),Z(1),AE(1),ITM(1),IBAU(1),IFDR(1),RAIO(1),AUTVT(ND,N
      *,ROOT),AML(M,12),R(M,9),SMR(12,12),IB(1),ACELG(1),FP(1),AX(1),FC(1)
      *,AB(8,NROOT),DW(1)
      ) DIMENSION BETA(1),GAMA(1)
      ) DIMENSION PR(1)
      ) DIMENSION A(2,2),B(2,2),TY(3),S(2)
      COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES
      COMMON/SIG/ICR,IIPR,IIVX,IINC,IFIT
      COMMON/ITEPE/ICITE
      READ(8,100)SVL1,SVL2,SF
      IF(SF) 1,2,1
2  SF=1.
1  CONTINUE
      WRITE(5,200)SF
      READ(8,300)INC,INCE,INCT
      IF(INCT) 5,6,5
5  READ(8,201)ICR,IIPR,IIVX,IINC
6  CONTINUE
      IIPR=0
      )IT=:LSI
      )DELT=:DT
      WRITE(5,1200)DT
      DO 10 I=1,NROOT
      X1(I)=0.0
      X2(I)=0.0
      X3(I)=0.0
10  DO 20 I=1,NROOT
      W=SQRT(AUTVL(I))
      )W(I)=2.*CSI*W
      CALL MABS(CSI,W,DELT,A,3)
      AB(1,I)=A(1,1)
      AB(2,I)=A(1,2)
      AB(3,I)=A(2,1)

```

```

AB(4,I)=A(2,2)
AB(5,I)=B(1,1)
AB(6,I)=B(1,2)
AB(7,I)=B(2,1)
20 AB(8,I)=B(2,2)
IF(ICITE.LT.1) ICITE=1
ICONT=ICITE+1
DO 30 IT=2,NPO
WRITE(5,103) IT
G(1)=ACELG(IT-1)*SF
G(2)=ACELG(IT)*SF
DO 35 I=1,NROOT
G1=FP(I)*G(1)
G2=FP(I)*G(2)
TY(1)=AB(1,I)*X1(I)+AB(2,I)*X2(I)-AB(5,I)*G1-AB(6,I)*G2
TY(2)=AB(3,I)*X1(I)+AB(4,I)*X2(I)-AB(7,I)*G1-AB(8,I)*G2
W2=AUTVL(I)
TY(3)=-(DW(I)*TY(2)+W2*TY(1))
X1(I)=TY(1)
X2(I)=TY(2)
X3(I)=TY(3)
35 CONTINUE
IF(IT.LT.ICONT) GO TO 30
ICONT=ICONT+ICITE
DO 47 I=1,ND
D(I)=0.0
DO 50 I=1,ND
DO 50 J=1,NROOT
50 D(I)=D(I)+AUTVT(I,J)*X1(J)
IF(INCD) 45,46,45
45 CONTINUE
WRITE(5,1170)
DO 980 J=1,NJ
K=6*J
WRITE(5,1171) J,D(K-5),D(K-4),D(K-3),D(K-2),D(K-1),D(K)
980 CONTINUE
46 CONTINUE
I=INCE+INCT
IF(I) 61,62,61
61 CONTINUE
DO 60 I=1,M
DO 60 J=1,12
60 AML(I,J)=0.0
IED=1
IF(INCE.EQ.0) IED=2
CALL ESFOR(SMR,JJ,JK,D,AML,FIJ,NP,AR,IB,R,JIN,A,AE,ITM,IBAU,IFOR,I
*ED,M)
62 CONTINUE
IF(INCT) 71,72,71
71 CONTINUE
CALL SIGMA(NJ,M,ITM,AML,JJ,JK,RAIO,D,IED,AX,IP,FC,BETA,GAMA,PR)
72 CONTINUE
30 CONTINUE
RETURN
100 FORMAT(3F10.0)
103 FORMAT(///3X,'*****TEMPO',I4,'*****',/)
200 FORMAT(///3X,'FATOR DE ESCALA DO SISMO =',F5.2)
300 FORMAT(3I5)
201 FORMAT(4I5)
1170 FORMAT(///3X,'DESLOCAMENTO DAS JUNTAS'/3X,'JUNT',2X,'TRANSL. X',
12X,'TRANSL. Y',2X,'TRANSL. Z',3X,'ROTACAO X',2X,'ROTACAO Y',2X,'RO
2IACAO Z')
1171 FORMAT(3X,I4,3E11.3,6X,3E11.3)
1200 FORMAT(///3X,'INTERVALO DE INTEGRACAO CONSTANTE = ',F10.5)
END
SUBROUTINE NMARK(X,X1,X2,AUTVL,AUTVT,D,SMR,JJ,JK,AML,FIJ,NP,AR,IB,
*R,JIN,A,AE,ITM,IBAU,IFOR,RAIO,ACELG,FP,NROOT,ND,M,NJ,AX,IP,FC,BETA
*,GAMA,PR)
REAL IP(1)
DIMENSION X(1),X1(1),X2(1),AUTVL(1),D(1),JJ(1),JK(1),FIJ(1),NP(1),
*AR(1),JIN(1),A(1),AE(1),ITM(1),IBAU(1),IFOR(1),RAIO(1),AUTVT(ND,NR
*OT),AML(M,12),R(M,9),SMR(12,12),IB(1),ACELG(1),FP(1),AX(1),FC(1)
DIMENSION BETA(1),GAMA(1)
DIMENSION PR(1)
COMMON/SIS/NPO,NINSI,DELSI,FAC,CSI,ISIS,IESP,KFRES

```

```

COMMON/SIG/ICR,IIPR,IIVX,IINC,IFIT
COMMON/ITEPE/ICITE
READ(8,100)DELTA,ALFA,SF
WRITE(5,101)DELTA,ALFA,SF
IF(SF)1,2,1
2 SF=1.
1 CONTINUE
READ(8,300)INCD,INCE,INCT
IF(INCT)5,6,5
5 READ(8,200)ICR,IIPR,IIVX,IINC
6 CONTINUE
IIPR=0
PI=3.141592654
WP=SQRT(AUTVL(NROOT))
TP=2.*PI/WP
DP=TP/10.
L=DELTA/DP+1.
DT=LSI/L
WRITE(5,1200)DT
A0=1./(ALFA*DT**2)
A1=DELTA/(ALFA*DT)
A2=1./(ALFA*DT)
A3=1./(2.*ALFA)-1.
A4=(DELTA/ALFA)-1.
A5=(DT/2.)*((DELTA/ALFA)-2.)
A6=DT*(1.-DELTA)
A7=DELTA*DT
DO 10 I=1,NROOT
X(I)=0.
X1(I)=0.
10 X2(I)=0.
IF(ICITE.LT.1)ICITE=1
ICONT=ICITE+1
DO 30 IT=2,NPO
WRITE(5,103)IT
SL=(ACELG(IT)-ACELG(IT-1))/L
DO 35 K=1,L
VGT=(ACELG(IT-1)+SL*K)*SF
DO 40 I=1,NROOT
W=SQRT(AUTVL(I))
W2=AUTVL(I)
C=-FP(I)*VGT
ETA=2.*CSI*W
SE=C+(A0*X(I)+A2*X1(I)+A3*X2(I))*ETA*(A1*X(I)+A4*X1(I)+A5*X2(I))
SE=W2+A0+A1*ETA
XL=C/SF
X2L=A0*(XL-X(I))-A2*X1(I)-A3*X2(I)
X1L=X1(I)+A6*X2(I)+A7*X2L
X(I)=XL
X1(I)=X1L
X2(I)=X2L
40 CONTINUE
35 CONTINUE
IF(IT.LT.ICONT)GO TO 30
ICONT=ICONT+ICITE
DO 47 I=1,ND
47 X(I)=0.0
DO 50 I=1,ND
DO 50 J=1,NROOT
50 X(I)=D(I)+AUTVL(I,J)*X(J)
IF(INCD)45,46,45
45 CONTINUE
WRITE(5,1170)
DO 980 J=1,NJ
980 WRITE(5,1171)J,D(6*J-5),D(6*J-4),D(6*J-3),D(6*J-2),D(6*J-1),D(6*J)
46 CONTINUE
I=INCE+INCT
IF(I)61,62,61
61 CONTINUE
DO 60 I=1,M
DO 60 J=1,12
60 AML(I,J)=0.0
IED=1
IF(INCE.EQ.0)IED=2
CALL ESFOR(SMR,JJ,JK,D,AML,FIJ,NP,AR,IB,R,JIN,A,AE,ITM,IBAU,IFOR,I

```

```

*ED,M)
62 CONTINUE
IF(INCT)71,72,71
71 CONTINUE
ALL SIGMA(NJ,M,ITM,AML,JJ,JK,RAIO,D,IED,AX,IP,FC,BETA,GAMA,PR)
72 CONTINUE
30 CONTINUE
RETURN
100 FORMAT(3F10.0)
101 FORMAT(///3X,'PARAMETRS DE INTEGRACAO',/3X,'DELTA=',F5.2,' ALFA
*=',F5.2,///3X,'FATOR DE ESCALA DO SISMO =',F5.2)
103 FORMAT(///3X,'*****TEMPO',I4,'*****',/)
200 FORMAT(4I5)
300 FORMAT(3I5)
1170 FORMAT(///3X,'DESLOCAMENTO DAS JUNTAS',/3X,'JUNT',2X,'TRANSL. X',
12X,'TRANSL. Y',2X,'TRANSL. Z',3X,'ROTACAO X',2X,'ROTACAO Y',2X,'RO
2TACAO Z')
1171 FORMAT(3X,I4,3E11.3,6X,3E11.3)
1200 FORMAT(//3X,'INTERVALO DE INTEGRACAO CONSTANTE = ',F10.5)
:ND
SUBROUTINE CARRE(A,AML,AMS,JJ,JK,ITM,L,W, AA,R,IFOR,FIJ,RA
*ID,SM,SMR,ICLB,LB,AE,AR,IB,AC,JIN,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,M,NJ,PR)
INTEGER AA(1)
REAL L(1),IP(1)
)IMENSION A(1),JJ(1),JK(1),ITM(1),W(1), IFOR(1),F
*IJ(1),RAIO(1),ICLB(1),AE(1),AR(1),IB(1),AC(1),JIN(1),E(1),G(1),AX(
*1),FC(1),FFI(1),FFO(1),AMS(NJ,5),AML(M,12),R(M,9),LB(M,12),SM(12,1
*2),SMR(12,12)
)IMENSION PR(1)
)IMENSION AM(6),RI(9)
COMMON/INF1/NE,NGM,ITICC,IVL,NJR,NAE,MR,MCC,MCQ,MLB,NJRI,MRTR,NPM,
*VTP,L,ND
COMMON/CAR/NCA,ICTEN
C
READ(5,1100)NCA,NJC,MRC,MCCC,MRTRC,MCQC,LDE,NJRNN,MTEMP,ICPP,ICTEN
*,ICPR
IF(NCA)800,800,801
800 RETURN
801 WRITE(5,1101)NCA,NJC,MRC,MCCC,MRTRC,MCQC,LDE,NJRNN,MTEMP,ICPP,ICTE
*,V,ICPR
C
DO 802 J=1,NJ
802 A(J)=0.
DO 803 J=1,6
803 AM(J)=0.
DO 806 I=1,M
DO 806 J=1,12
806 AML(I,J)=0.
IF(NJRNN)810,810,805
805 WRITE(5,1105)
DO 804 I=1,NJ
DO 804 J=1,6
804 AMS(I,J)=0.
DO 807 I=1,NJRNN
READ(8,1106)J,(AMS(J,K),K=1,6)
807 WRITE(5,1107)J,(AMS(J,K),K=1,6)
810 IF(NJC)815,815,811
811 WRITE(5,1110)
DO 813 I=1,NJC
READ(8,1111)J,(A(6*J-6+K),K=1,5)
813 WRITE(5,1112)J,(A(6*J-5+K),K=1,6)
815 IF(LDE)820,820,816
816 WRITE(5,1115)
DO 819 J=1,LDE
READ(8,1116)I,(AML(I,K),K=1,6)
READ(8,1118)(AML(I,K),K=7,12)
819 WRITE(5,1117)I,JJ(I),(AML(I,K),K=1,6),I,JK(I),(AML(I,K),K=7,12)
820 IF(MRC)830,830,821
821 WRITE(5,1120)
ITIPD=1
CALL PPMR(M,ITM,L,AML,W,R,ITIPD,MRC)
830 IF(MCCC)840,840,831
831 WRITE(5,1130)
ITIPD=1
CALL PPMC(M,ITM,AA,R,IFOR,FIJ,RAIO,SM,AML,L,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,W

```

```

*,ITIPO,MCCC)
840 IF(MRTRC)880,880,881
881 WRITE(5,1150)
ITIPO=1
CALL PPMRTR(M,ITM,L,AML,N,R,ITIPO,MRTRC,IP,E,AX,FC,SM)
880 IF(MCQC)850,850,841
841 WRITE(5,1140)
CONTINUE
850 IF(ICPP)860,860,851
851 CONTINUE
ITIPO=0
CALL PPMR(M,ITM,L,AML,N,R,ITIPO,MRC)
CALL PPMRTR(M,ITM,L,AML,N,R,ITIPO,MRTRC,IP,E,AX,FC,SM)
IF(ICPP-10)850,852,852
852 CONTINUE
ITIPO=0
CALL PPMC(M,ITM,AA,R,IFJR,FIJ,RAIO,SM,AML,L,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,W
*,ITIPO,MCCC)
IF(ICPP-11)860,853,853
853 CONTINUE
860 IF(MTEMP)870,870,861
861 CALL TEMPE(MTEMP,ITM,L,FIJ,AML,SM,RAIO,M,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,SMR)
870 CONTINUE
IF(ICPR)869,869,868
868 CALL SEPR(E,G,AX,IP,L,PR,RAIO,FIJ,SM,AML,ITM,M)
869 CONTINUE
IF(MLB)900,900,871
871 DO 875 I=1,M
IF(ICLB(I))875,875,872
872 IF(ITM(I))874,873,874
873 CALL RIRET(I,L,SM,E,G,AX,IP,FC,FFI,FFO,SMR,0,W)
874 CALL LIBER(LB,I,AML,SM,SMR,M)
875 CONTINUE
900 ICM=ICPP+MRC+MCCC+MRTRC+MCQC+LJE+MTEMP+ICPR
DO 901 I=1,ND
AE(I)=0.0
901 AR(I)=0.0
IF(ITICC)906,906,914
906 DO 960 I=1,ND
960 AC(I)=0.0
914 CONTINUE
IF(ICM)910,910,902
902 DO 903 I=1,M
J1=6*JJ(I)-5
J2=6*JJ(I)-4
J3=6*JJ(I)-3
J4=6*JJ(I)-2
J5=6*JJ(I)-1
J6=6*JJ(I)
K1=6*JK(I)-5
K2=6*JK(I)-4
K3=6*JK(I)-3
K4=6*JK(I)-2
K5=6*JK(I)-1
K6=6*JK(I)
AE(J1)=AE(J1)-R(I,1)*AML(I,1)-R(I,4)*AML(I,2)-R(I,7)*AML(I,3)
AE(J2)=AE(J2)-R(I,2)*AML(I,1)-R(I,5)*AML(I,2)-R(I,8)*AML(I,3)
AE(J3)=AE(J3)-R(I,3)*AML(I,1)-R(I,6)*AML(I,2)-R(I,9)*AML(I,3)
AE(J4)=AE(J4)-R(I,1)*AML(I,4)-R(I,4)*AML(I,5)-R(I,7)*AML(I,6)
AE(J5)=AE(J5)-R(I,2)*AML(I,4)-R(I,5)*AML(I,5)-R(I,8)*AML(I,6)
AE(J6)=AE(J6)-R(I,3)*AML(I,4)-R(I,6)*AML(I,5)-R(I,9)*AML(I,6)
AE(K1)=AE(K1)-R(I,1)*AML(I,7)-R(I,4)*AML(I,8)-R(I,7)*AML(I,9)
AE(K2)=AE(K2)-R(I,2)*AML(I,7)-R(I,5)*AML(I,8)-R(I,8)*AML(I,9)
AE(K3)=AE(K3)-R(I,3)*AML(I,7)-R(I,6)*AML(I,8)-R(I,9)*AML(I,9)
AE(K4)=AE(K4)-R(I,1)*AML(I,10)-R(I,4)*AML(I,11)-R(I,7)*AML(I,12)
AE(K5)=AE(K5)-R(I,2)*AML(I,10)-R(I,5)*AML(I,11)-R(I,8)*AML(I,12)
903 AE(K6)=AE(K6)-R(I,3)*AML(I,10)-R(I,6)*AML(I,11)-R(I,9)*AML(I,12)
IF(NJRI)910,910,904
904 DO 905 J=1,NJ
IF(JIN(J))905,905,700
700 REA(16,J)(RI(K),K=1,9)
J1=6*J-5
J2=6*J-4
J3=6*J-3
J4=6*J-2

```

```

J5=6*J-1
J6=6*J
AM(1)=RI(1)*AE(J1)+RI(2)*AE(J2)+RI(3)*AE(J3)
AM(2)=RI(4)*AE(J1)+RI(5)*AE(J2)+RI(6)*AE(J3)
AM(3)=RI(7)*AE(J1)+RI(8)*AE(J2)+RI(9)*AE(J3)
AM(4)=RI(1)*AE(J4)+RI(2)*AE(J5)+RI(3)*AE(J6)
AM(5)=RI(4)*AE(J4)+RI(5)*AE(J5)+RI(6)*AE(J6)
AM(6)=RI(7)*AE(J4)+RI(8)*AE(J5)+RI(9)*AE(J6)
DO 920 K=1,6
<K=6*J-(6-K)
920 AE(KK)=AM(K)
905 CONTINUE
910 DO 911 I=1,ND
911 AC(I)=AC(I)+AE(I)+A(I)
C
C
MODIFICACAO DO VETOR DE CARGAS NA EQUACAO RESTRINGIDA
DO 913 I=1,NJR
L1=7*I-6
L2=L1+1
L7=L1+6
<=0
DO 913 J=L2,L7
<=K+1
IF(IB(J))913,913,912
912 ROW=6*IB(L1)-(6-K)
LJ=IB(L1)
IF(ITICC-1)907,908,909
907 AC(ROW)=(10.0E+18)*AMS(LJ,K)
DO TO 913
908 AC(ROW)=0.0
DO TO 913
909 AC(ROW)=AMS(LJ,K)
913 CONTINUE
RETURN
1100 FORMAT(12I5)
1101 FORMAT(///,3X,'CARREGAMENTO NUMERO ',I2,///,3X,'DADOS SOBRE O CARRE
*GAMENTO',/,3X,'NJC MRC MCCC MRTRC MCQC LDE NJRNN MTEMP ICPP ICTEN
*ICPR',/,3X,I3,I4,I5,I6,I5,I4,I6,I5,I6,I5,/)
1105 FORMAT(///,3X,'RECALQUES DE APLICACAO',/,3X,'J TRANSX TRANSY
* TRANSZ ROTACX ROTACZ',/)
1106 FORMAT(I5,6F10.0)
1107 FORMAT(I5,6F10.6)
1110 FORMAT(//3X,'ESFORÇOS APLICADOS SOBRE AS JUNTAS SEGUNDO OS EIXOS D
1A ESTRUTURA',/3X,'JUNTA',3X,'FORÇAS SEGUNDO OS 3 EIXOS MOMENTOS
2SEGUNDO OS 3 EIXOS',/7X,'J',5X,'FX',7X,'FY',7X,'FZ',10X,'MX',7X,'MY
3',7X,'MZ',)
1111 FORMAT(I5,6F10.1)
1112 FORMAT(6X,I2,3X,F6.1,3X,F6.1,3X,F6.1,6X,F6.1,3X,F6.1,3X,F6.1)
1115 FORMAT(//3X,'LEITURA DIRETA DOS ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO
1',/3X,'MR JUNTA FORÇA X FORÇA Y FORÇA Z MOMEN X
2 MOMEN Y MOMEN Z',)
1116 FORMAT(I5,6F10.0)
1118 FORMAT(6,10.0)
1117 FORMAT(3X,I2,I4,F14.2,5F12.2/3X,I2,I4,F14.2,5F12.2)
1120 FORMAT(///,3X,'ESFORÇOS APLICADOS AOS MEMBROS RETOS',///)
1130 FORMAT(///,3X,'ESFORÇOS APLICADOS AOS MEMBROS CIRCULARES',///)
1140 FORMAT(///,3X,'ESFORÇOS APLICADOS AOS MEMBROS DE FORMA QUALQUER',/,
*)
1150 FORMAT(//3X,'ESFORÇOS APLICADOS AOS MEMBROS RETOS COM TRECHO RIGID
*)',/)
END

```

## NOMENCLATURA

L	Função de Lagrange (Cap. I) Comprimento do elemento ao longo do eixo x
T	Energia cinética (Cap. I) Campo de variação de temperatura
$T_e$	Energia cinética de um elemento
$\pi_p$	Energia potencial total
U	Energia de deformação
$U_d$	Energia de distorção
$V_E$	Potencial das forças externas
R	Função de dissipação (Cap. I) Raio de curvatura dos elementos curvos
$\tilde{R}$	Matriz de rotação
$\tilde{K}$	Matriz de rigidez da estrutura
$\tilde{M}$	Matriz de massa da estrutura
$\tilde{C}$	Matriz de amortecimento da estrutura
$\tilde{Q}$	Vetor de esforços generalizados
$\tilde{Q}^a$	Vetor de esforços generalizados aplicados diretamente aos nós
$-\tilde{Q}^e$	Vetor de esforços equivalentes aplicados aos nós
E	Módulo de elasticidade longitudinal



- $\nu$  Coeficiente de Poisson
- $G$  Módulo de elasticidade transversal
- $I$  Momento de inércia da seção do tubo
- $I_p$  Momento de inércia polar da seção do tubo =  $2I$
- $XYZ$  Sistema de eixos global
- $xyz$  Sistema de eixos local para o elemento
- $\underline{q}$  Vetor de deslocamentos generalizados
- $\underline{p}$  Vetor de esforços generalizados do elemento
- $\underline{u}$  Vetor de deslocamentos generalizados do elemento
- $t$  Variável tempo
- Espessura da parede do tubo
- $\delta ( )$  Primeira variação de  $( )$ . (Cap. I)
- (i) Quando colocado sobre um vetor (ou matriz) indica que este vetor (ou matriz) refere-se ao elemento genérico (i)
- (.) Quando colocado sobre uma variável indica a primeira derivada em relação ao tempo
- (..) Idem, indicando a segunda derivada em relação ao tempo
- $\Delta t$  Intervalo de discretização do sismo
- $\Delta \tau$  Intervalo de integração
- $\underline{\eta}$  Vetor de coordenadas generalizadas normais

$\tilde{\Phi}$	Matriz modal
$\tilde{\Lambda}$	Matriz espectral
$\tilde{r}$	Vetor de coeficientes da influência do sismo
$a_s$	Aceleração do sismo
$S_d, S_v, S_a$	Valores do espectro de deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente
$A_x$	Área da seção transversal do tubo = $\pi (r_e^2 - r_i^2)$
$f_c$	Fator de cortante = $(4/3) (r_e^3 - r_i^3) / \{(r_e^2 + r_i^2) (r_e - r_i)\}$
$r_e$	Raio externo da seção do tubo
$r_i$	Raio interno da seção do tubo
$A_r$	Área reduzida = $A_x / f_c$
$R_e, e, \psi$	Raio equivalente, espaçamento e ângulo de espaçamento do elemento curvo com gomos
$f, f_g, f_p$	Fatores de flexibilidade
$\beta, \beta_g, \beta_p$	Fatores de tensões
$\phi$	Ângulo entre o eixo da seção ( $\bar{x}$ ) e o eixo local ( $x$ ) do elemento curvo em uma seção genérica
$\Phi$	Ângulo interno da curva (elementos curvos)
$\theta$	= $\pm \Phi/2$
$d_e$	Diâmetro externo do tubo

$p^a$	Esforços aplicados às extremidades do elemento
$p^e$	Esforços de engastamento perfeito
$k$	Matriz de rigidez do elemento no sistema local
$m$	Matriz de massa do elemento no sistema local
$\rho_v$	Massa específica (massa por unidade de volume do elemento)
$\omega_i$	Frequência circular do modo $i$ (radianos/segundo)
$\phi_i$	$i$ -ésimo modo normal de vibração
$\xi_i$	Coefficiente de amortecimento crítico do modo $i$
$\Gamma_i$	Fator de participação sísmica do modo $i$
$N_x, N_y, N_z$ $M_x, M_y, M_z$	Esforços em uma seção genérica do elemento
$p_e$	Pressão interna efetiva
$s_k$	Comprimento do arco do elemento curvo
$\bar{\alpha}$	Coefficiente de dilatação térmica linear médio
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais
$\sigma_x$	Tensão longitudinal
$\sigma_c$	Tensão circunferencial
$\tau$	Tensão cisalhante
$\sigma_{eq}$	Tensão equivalente

## BIBLIOGRAFIA

1. TAUCHERT, T.R. - "Energy Principles in Structural Mechanics", McGraw-Hill, Inc., 1974.
2. LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. - "Mecânica", Hemus - Liv. Edit.Ltda.
3. HURTY, W.C.; RUBINSTEIN, M.F. - "Dynamic of Structures", Prentice-Hall, 1967.
4. CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. - "Dynamic of Structures", McGraw - Hill, Inc., 1975.
5. VENÂNCIO FILHO, F. - "Aproximação para Análise Dinâmica no Método dos Elementos Finitos", Colóquio Franco-Brasileiro sobre Métodos Numéricos em Engenharia, publicação COPPE/ UFRJ PDV - 3/76, Agosto de 1976.
6. KARDESTUNCER, H. - "Elementary Matrix Analysis of Structures", McGraw - Hill, Inc., 1974.
7. WEAVER JR., W.- "Computer Programs for Structural Analysis", D. Van Nostrand Co., Inc., 1967.
8. LIVESLEY, R.K. - "Métodos Matriciales para el Cálculo de Es-  
tructuras", Editorial Blume - Rosário 17, Madrid 5, 1970.
9. SORIANO, H.L. - "Formulação dos Métodos de Gauss e Cholesky para a Análise Matricial de Estruturas", Pub. nº 11.72, COPPE/ UFRJ, Julho de 1972.
10. CHEN, L.H. - "Piping Flexibility Analysis by Stiffnes Matrix", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 608-612, Dec. 1959.
11. BROCK, J.E. - "Expansion and Flexibility", Piping Handbook, 5a. Edição, cap. 4, McGraw - Hill Book Co., 1967.
12. The M.W. Kellogg Co. - "Design of Piping Systems", 2a. Edição, John Wiley & Sons, Inc., 1965.

13. YOUNG, D.M.; GREGORY, R.T. - "A Survey of Numerical Mathematics", Addison - Wesley Publishing Co., 1973.
14. BATHE, K.J.; WILSON, E.L. - "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice - Hall, Inc., 1976.
15. BATHE, K.J.; WILSON, E.L. - "Large Eigenvalue Problems in Dynamic Analysis", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE, EM 6, 1471-1485, Dec. 1972.
16. MONTERO, L.F.R. - "Análisis Sísmico de Estructuras", Tese D. Sc., COPPE/UFRJ, 1974.
17. BREBBIA, C.A.; FERRANTE, A.J. - "The Finite Element Technique", Editora da URGs, 1975.
18. LIMA, E.C.P. - "LORANE-DINA - Uma Linguagem Orientada para Análise Dinâmica de Estruturas", Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, 1977.
19. CAUGHEY, T.K. - "Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems", Journal of Applied Mechanics, 269 - 271, June 1960.
20. NIGAN, N.C.; JENNINGS, P.C. - "Digital Calculations of Response Spectra from Strong - Motion Earthquake Records", California Institute of Technology, June 1968.
21. HOUSNER, G. W. - "Behavior of Structures During Earthquakes", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE, EM 4, 109-129, Oct. 1969.
22. HURÉ, D.; MORYSSE, M. - "Comparative Methods for Analysis of Piping Systems Subjected to Seismic Motion", Nuclear Engineering and Design, nº 38, 511-525, 1976.
23. RAMANI, D.T. - "Dynamic Analysis of Primary Reactor Coolant System Subjected to Seismic and Loca Loads, Including Shield-Building Interaction", 3rd International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (3rd SMIRT), paper F5/3.

24. LIN, C.W. - "Seismic Analysis of Piping Systems", Nuclear Engineering and Design, nº 11, 217-224, 1970.
25. NEWMARK, N.M. - "A Method of Computational of Structural Dynamics", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE, EM3, July, 1959.
26. BICKELL, M.B.; RUIZ, C. - "Pressure Vessel Design and Analysis", McMillan Co. Ltd., 1967.
27. KAFKA, P.G.; DUNN, M.B. - "Stiffness of Curved Circular Tubes with Internal Pressure", Journal of Applied Mechanics , 247-254, June 1956.
28. RODABAUGH, E.C.; GEORGE, H.H. - Discussão da ref.27, Journal of Applied Mechanics, 153-155, March 1957.
29. PRZEMIENIECKI, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill, Inc., 1968.
30. DAVIS, R.; HENSHELL, R.D.; WARBURTON, G.B. - "Curved Beam Finite Elements for Coupled Bending on Torsional Vibration", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, 165-175, 1972.
31. YAMADA, Y.; EZAWA, Y. - "On Curved Finite Elements for the Analysis of Circular Arches", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, 1635-1651, 1977.
32. PAZOS, M.P.A.M.R. - "Análise de Estruturas Reticuladas Espaciais com Barras de Eixo Curvo e Seção Variável", Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, 1974.
33. FLÜGGE, W. - "Stresses in Shells", Springer - Verlag, Berlin, 1960.
34. MENDELSON, A. - "Plasticity: Theory and Application", The McMillan Co., 1968.

35. TELLES, P.C.S. - "Tubulações Industriais", Livro Técnico e Científico Editora S.A., 1976.
36. NATARAJAN, R.; BLOMFIELD, J.A. - "Stress Analysis of Curved Pipes with End Restraints", Computer & Structures, Vol. 5 , 187-196, 1975.
37. SMITH, R.T. - "Theoretical Analysis of the Stress in Pipe Bends Subjected to Out-of-Plane Bending", Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 9, nº 2, 115-123, 1967.
38. SMITH, R.T.; FORD, H. - "Experiments on Pipelines and Pipe Bends Subjected to Three-dimensional Loading", Journal Mechanical Engineering Science, Vol.9, nº 2, 124-137, 1967.
39. JONES, N. - "In-plane Bending of a Short-Radius Curved Pipe Bend", Journal of Engineering for Industry, 271-277, May 1967.
40. THAILER, H.J.; CHENG, D.H. - "In-plane Bending of a U-Shaped Circular with End Constraints", Journal of Engineering for Industry, 793-796, Nov. 1970.
41. THOMPSON, J.J. - "Shell Theory Analysis of Pure In-plane Bending of Pipe Bend", 3rd SMIRT, paper F6/1.
42. HARTOG, J.P.D. - "Bending of Thin-walled Curved Tubes" , Advanced Strength of Materials, McGraw-Hill Book Co., 1952.
43. CLARK, R.A.; REISNER, E. - "Bending of Curved Tubes", Advances in Applied Mechanics, Vol. 2, 93-122, Academic Press - Inc., 1951.